

颗粒速度在颗粒流稀疏流 - 密集流转变中的作用*

黄德财 孙刚[†] 厚美瑛 陆坤权

(中国科学院物理研究所北京凝聚态物理国家实验室, 北京 100080)

(2006 年 2 月 20 日收到; 2006 年 3 月 8 日收到修改稿)

用实验和计算模拟的方法研究了颗粒流中的颗粒速度与颗粒流特性的关系. 实验研究发现当入口流量固定时, 在出口上方高速运动的颗粒会使颗粒流由稀疏流向密集流转变的临界出口尺寸变小. 当颗粒流转变为密集流后, 颗粒速度的作用被出口上方的颗粒堆积区所消耗, 最终变得与颗粒速度无关. 二维分子动力学模拟计算得到了与实验相同的结论. 通过二维分子动力学模拟计算, 还给出了不同颗粒速度下体系的密度和速率在空间的分布图. 这些分布图显示随着颗粒到达出口上方的瞬间速度的不同, 颗粒堆积区的密度和高度均会改变, 并最终导致颗粒流流动状态的改变.

关键词: 颗粒流, 颗粒气体, 分子动力学模拟

PACC: 4610, 8228M, 0520

1. 引 言

颗粒流广泛存在于自然界, 它不同于一般的由液体和气体所形成的流动, 其流动中包括了如崩塌、堵塞等现象, 与日常生活中常见的雪崩和交通流等现象有类似的特点, 因而对它的研究引起了人们特别的关注^[1,2].

对于通道里的颗粒流来说, 按照其不同的形态通常可以分为三种状态, 即稀疏流、密集流和堵塞状态. 稀疏流是指颗粒密度较低时的颗粒流. 在稀疏流状态下颗粒的运动形式与气体分子非常类似, 因而类比气体分子运动方程, 可建立起适用于颗粒气体的本构方程^[3,4]. 在这种被称作颗粒气体的状态下, 与气体分子理论类似, 可由速度涨落定义出颗粒温度. 大量的实验和理论表明, 颗粒温度对稀疏流的状态起决定性的作用. 密集流是指颗粒密度较高时的颗粒流. 在密集流状态下颗粒温度将变得不重要, 同时类似气体分子运动方程的方法也不再适用, 通常对密集流的研究采用修正的塑性理论^[5,6]. 密集流状态下, 颗粒流量恒定不变的特性是众所周知的. 在古代, 人们就利用颗粒的这一性质制成了作为计时工具的沙漏. 近代, Beverloo 等人对密集流状态下的出口尺寸与流量的关系进行了系统的实验研究, 并给

出了经验公式^[7]. 而堵塞状态是流动完全停止的状态.

通道里的颗粒流在一定条件下会发生不同的形态之间的转变. 这种转变在自然界也是随处可见的, 如河道中的冰川, 交通流等. 对它的研究有着重要的理论与应用价值. 现在, 对于颗粒流的这三种状态之间的转变的研究已经开始^[8-11]. 特别地, Hsu 等人对二维通道内的颗粒流的稀疏流—密集流转变特性进行了系统的研究, 并建立了一个包括颗粒尺寸, 出口尺寸和出口流量的标度关系^[8]. 在本文中我们将进一步研究在稀疏流—密集流转变中起作用的另一个参数—颗粒的运动速度. 颗粒的定向运动会随着随机碰撞部分地转化成颗粒温度, 因而可从无规的颗粒温度和有序的流动两方面影响颗粒流的性质. 而无规的颗粒温度和有序的流动均是描述颗粒流的重要参量. 在整个稀疏流—密集流转变过程中, 这些参量将在大范围内变动, 考察它们的特性和关系将对建立完整的颗粒流模型具有重要意义.

最近, 鲍德松等人对二维传送带上传送的颗粒流进行了研究^[12,13], 并着重研究了传送带速度对颗粒流流量的影响. 他们发现传送带速度存在一个临界值, 当传送带速度小于此临界值时, 出口流量随传送带速度线性增加; 而当传送带速度大于此临界值时颗粒流变为密集流, 并与 Beverloo 等人的在密集

* 国家自然科学基金(批准号:10374111, 10274098)资助的课题.

[†] E-mail: gsun@aphy.iphy.ac.cn

流状态下的经验公式一致. 但在该研究中, 传送带的速度主要起到控制流量的作用, 而我们这里是在固定流量的条件下改变颗粒的速度.

本文包括实验和计算模拟两个部分. 在实验方面, 通过改变管道的高度来控制颗粒到达出口上方的速度, 并观察颗粒速度对稀疏流—密集流的转变的影响. 在计算模拟中对二维通道内的颗粒流进行了分子动力学模拟, 此时颗粒速度对稀疏流—密集流的转变的影响可被直接观察. 通过计算模拟我们还给出了通道内颗粒速度和密度的具体分布形式, 在对这些分布进行了仔细地分析后, 定性地描述了颗粒在通道内的运动形态, 发现了颗粒速度在稀疏流—密集流转变过程中的重要特征.

2. 实验装置及结果

实验装置如图 1 所示, 主要由储料仓、玻璃漏斗、挡板、电子称和计算机构成. 所用颗粒为硅酸锆球, 密度为 3.84g/cm^3 , 平均颗粒球直径为 $d_0 = 0.55\text{mm}$. 漏斗上部斜角为 60° , 管部初始长度为 $L = 100.0\text{cm}$, 随实验进程被逐渐截短, 漏斗管的内径为 $W = 7.0\text{mm}$. 漏斗上部是一个储料仓, 在储料仓底部有为控制流入漏斗的流量而设计的带孔的金属片. 在储料仓下部放置有一圆锥, 以使颗粒流入漏斗时在横向分布上尽量均匀. 漏斗管底部出口处安置有一直径 d 可调的圆孔形挡板. 颗粒经漏斗管底部的出口流出后到一接料仓中, 接料仓放置在电子称上, 以测量从出口流出的颗粒的总质量. 电子称的测量精度为 0.1g , 采样的时间间隔是 0.1s . 这样我们可以得到每一时刻从出口流出的颗粒的总质量 $M(t)$, 瞬时的出口流量则由 $Q = dM(t)/dt$ 求出. 瞬时的出口流量一般在测量开始后的一段时间内是不稳定的, 且涨落较大, 但经过一段时间后将稳定在某一值. 我们将此稳定值作为相应体系的出口流量. 本实验在每个条件下均进行 3 次测量, 每次测量时间为 15.0s , 最终的 (稳定) 出口流量由 3 次测量的平均值给出. 我们对每次测量的偏差也进行了观察, 涨落都很小. 在实验过程中, 外部环境 (如室温、湿度、静电等) 对颗粒流的性质有一定的影响. 为此, 在实验过程中, 我们维持温度在 $20\text{—}30$ 之间, 湿度在 $30\% \text{—} 45\%$ 之间. 漏斗管被喷洒过防静电剂, 以防止静电的积累.

在本实验中, 我们始终固定入口的流量, 而改变

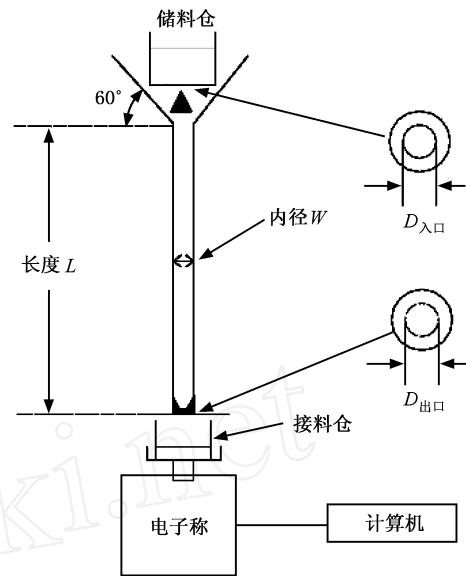


图 1 实验装置示意图 (右侧两插图分别为控制进口和出口的带圆孔挡板的截面图)

颗粒的速度 (漏斗管的长度) 和出口的大小, 并观察它们对颗粒流性质的影响. 为了准确测量入口流量, 我们首先将出口挡板撤去, 由于颗粒不受任何阻碍, 此时漏斗内无颗粒积累, 根据质量守恒测得的出口流量即为入口流量. 用此方法测得的在本实验中所用的入口流量为 $Q_0 = 24.90\text{g/s}$. 在本实验中, 出口的大小由漏斗管底部的可调的圆孔形挡板来控制, 其可调精度约 0.1mm . 而颗粒的速度的控制则由漏斗管的长度来实现. 在本体系中, 当颗粒流入漏斗管后, 由于颗粒与漏斗管壁之间碰撞较少, 颗粒流在远离出口处保持稀疏流状态. 实验中漏斗管最长时为 $L = 100.0\text{cm}$, 在此高度下颗粒的运动速度不快, 空气对颗粒的阻力相对于重力可忽略不计, 颗粒可近似认为是自由落体. 这样在颗粒到达出口上方的瞬间, 颗粒的速度仅与漏斗管的长度有关. 通过改变漏斗管的长度可控制颗粒到达出口上方的瞬间的速度.

首先, 我们对漏斗管长为 $L = 100.0\text{cm}$ 的各种出口大小的体系进行了测量. 出口流量随出口圆孔直径的变化关系如图 2 (,) 所示. 当出口尺寸较大时, 出口流量与入口流量相等, 颗粒流处于稀疏流状态 (图 2 中实心符号). 当出口尺寸较小时, 出口流量小于入口流量, 此时颗粒在漏斗管内很快堆积起来, 颗粒流处于密集流状态 (图 2 中空心符号). 在稀疏流状态和密集流状态之间, 出口流量在某一特定的出口大小处发生不连续的跳变. 这个出口尺寸

称为临界出口尺寸 d_c ，它决定了稳定颗粒流是处于稀疏流还是密集流。当出口直径小于 d_c 时，漏斗管内的稳定颗粒流是密集流状态，而当出口直径大于 d_c 时，漏斗管内的稳定颗粒流是稀疏流状态。

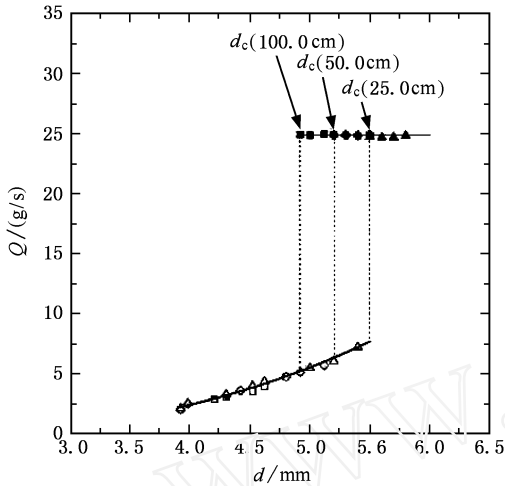


图2 入口流量固定在 $Q_0 = 24.90\text{g/s}$ 时，实验测得的稳定出口流量和出口尺寸的关系(图中 ()、()和 () 分别对应管部长度为 25.0、50.0 和 100.0cm 时的流量。实心符号对应稀疏流，空心符号对应密集流。对应不同管长的临界出口尺寸也被标出)

此后，我们将漏斗管逐渐截短，并作同样的测量。在图2中，我们还给出了漏斗管长为 50.0cm () 和 25.0cm () 时的出口流量随出口圆孔直径的变化关系。与漏斗管长为 100.0cm 时的情况类似，均存在有一临界出口尺寸，当出口直径小于 d_c 时，漏斗管内是密集流状态，而当出口直径大于 d_c 时，漏斗管内是稀疏流状态。值得注意的是不论是稀疏流还是密集流它们的出口流量与漏斗管长无关，但它们的临界出口尺寸却与漏斗管长有关。在图3中我们给出了临界出口和颗粒到达出口上方时的瞬间速度的变化关系()。由图3可看出在不同的流量下，随着漏斗长度的减小，临界出口尺寸逐渐增大。这意味着随着到达出口附近的颗粒速度的减小，临界出口尺寸逐渐增大。

3. 模拟计算结果

为了进一步研究体系的颗粒流的特性，我们还对二维的类似体系作了计算机模拟计算。由于本文所模拟的体系中涉及颗粒流从稀疏到密集的全过程，对多颗粒之间的相互作用的描述极其重要。为了

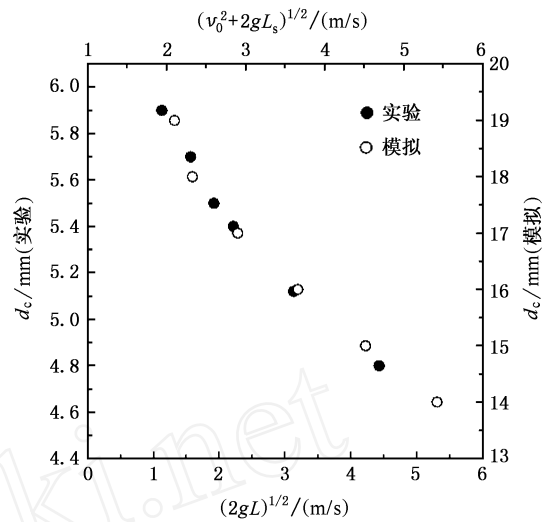


图3 实验()和模拟()所得的临界出口尺寸随颗粒到达出口上方时的瞬间速度的变化关系(实验和模拟中颗粒到达出口上方的瞬间速度分布用 $(2gL)^{1/2}$ 和 $(v_0^2 + 2gL_s)^{1/2}$ 计算而得)

正确地描述多颗粒之间的相互作用，本文采用的是软球相互作用模型。颗粒间的法向作用力用 Kuwabara-Kono 模型^[14,15]来描述：

$$F_{ij}^n = -k_n \frac{3}{2} \frac{1}{r_i + r_j} V_{ij}^n, \quad (1)$$

而颗粒间的切向作用力按一般习惯取为

$$F_{ij}^t = \min(V_{ij}^t, \mu F_{ij}^n) \quad (2)$$

其中， $V_{ij} = \max(0, 2R - |r_i - r_j|)$ 为颗粒 i 和颗粒 j 由于碰撞所产生的形变， $V_{ij} = V_{ij}^n e_n + V_{ij}^t e_t$ 为颗粒 i 和颗粒 j 在接触点的相对速度。下标 n 和 t 分别表示相应矢量在接触点的法向和切向方向的分量。其他符号的意义及取值如下： $R = 1.0\text{mm}$ 为颗粒的半径， $k_n = 5.0 \times 10^9 \text{N/m}^2$ 为 Hertz 弹性系数， $\kappa_n = 300.0\text{Ns/m}^{1/2}$ 和 $\kappa_t = 0.3\text{Ns/m}$ 分别为法向和切向方向的衰减系数， $\mu = 0.2$ 为摩擦系数。模拟体系限制在二维空间，管道长为 $L_s = 300.0\text{mm}$ ，宽 $W_s = 60.0\text{mm}$ 的矩形，颗粒和器壁之间的碰撞采用与颗粒间的碰撞相同的参数。颗粒从矩形的顶部均匀进入，在矩形的下部有一个限制颗粒流量的出口。在矩形管道中，重力加速度设为 $g = 9.8\text{m/s}^2$ 。在模拟计算中我们首先固定入口流量在 $Q_0 = 3000$ 个/s，并直接设定入口处颗粒的初速度。此后对体系进行 15.0s 的模拟计算，最后阶段的出口流量将作为稳定的出口流量记录下来。

当颗粒进入矩形管道的初速度设为 4.0m/s 时，稳定后的出口流量随出口尺寸的变化关系如图4所

示(,).可以看出,与实验类似,本体系存在有一临界出口尺寸,当出口尺寸大于此值时,稳定的颗粒流保持在稀疏流状态;而当出口尺寸小于此值时,稳定的颗粒流变为密集流状态.改变颗粒进入矩形管道的初速度,如速度为 2.0m/s(图 4 中的 ,)和 0.0m/s(图 4 中的 ,)时,模拟结果显示稀疏流和密集流的出口流量均与初速度无关,但临界出口尺寸却随初速度而改变.由模拟计算所得的临界出口尺寸随到达出口上方的颗粒速度的变化关系()与实验结果()一并在图 3 中标出.从图中可以看出,颗粒速度越大,临界出口的尺寸越小.在我们的研究中,模拟计算结果与实验结果的趋势是一致的.

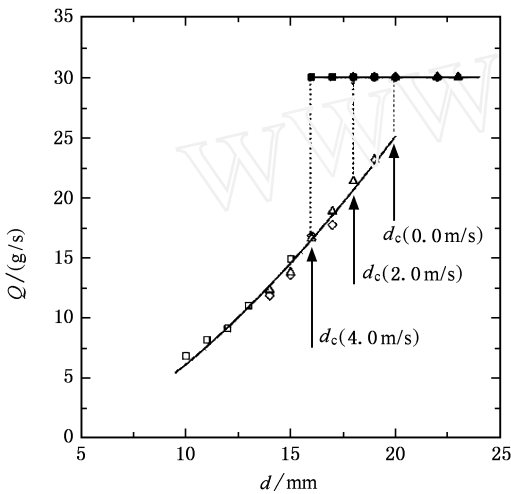


图 4 入口流量固定在 3000 个/s 时,模拟计算所得的稳定出口流量和出口尺寸的关系(图中 (), ()和 ()分别对应颗粒的初速度为 0.0,2.0 和 4.0m/s 时的流量.实心符号对应稀疏流,空心符号对应密集流)

分子动力学模拟计算不但可给出与实验一致的结果,而且可给出一些在实验上难以观测的物理量,如密度,速度,受力等的空间分布.在此,我们进一步给出管道内密度和速率的空间分布.需要一提的是,为了计算密度和速率的空间分布,要在模拟计算中进行长时间的统计平均.在对稀疏流状态的计算中,由于入口流量与出口流量相当,管道内基本没有颗粒的积累,因而长时间的统计平均计算没有问题.但在对密集流状态的计算中,如果固定入口流量,则入口流量大于出口流量,管道内的颗粒将迅速积累,使长时间的统计平均计算无法进行.为了解决这一问题,我们在颗粒数达到一定数量(800 个)后改变固定入口流量的模拟方法,而采用固定颗粒数的模拟方法,即当一个颗粒从管道出口流出的同时在入口

处增加一个颗粒以维持管道内总颗粒数不变.

图 5 为出口固定在 18.0mm 时,颗粒在不同初速度时对应的颗粒密度的分布图.从前面的结果我们知道图 5(a)对应的是典型稀疏流状态,图 5(b)对应的是接近转变点的稀疏流状态,而图 5(c)对应的是密集流状态.从图 5 可以看到两个重要特征,其一为在三种状态中出口正上方的密度在典型稀疏流时较小,接近密集流时变大,而在密集流时更大.另一特征为在三种状态中出口正上方存在有一个密度相对较高的颗粒堆积区,在典型稀疏流时这个颗粒堆积区较低,接近密集流时该堆积区增高,而在密集流时堆得更高.在所有密度分布图中不流动的区域密度最大,如在出口两侧的契形区.但这些区域对不同的流动状态变化不明显.在密集流的图中,我们还发现在 $y = 60.0 - 70.0\text{mm}$ 的区域中密度的截面基本上是一样的,而在稀疏流的图中没有这样的区域.

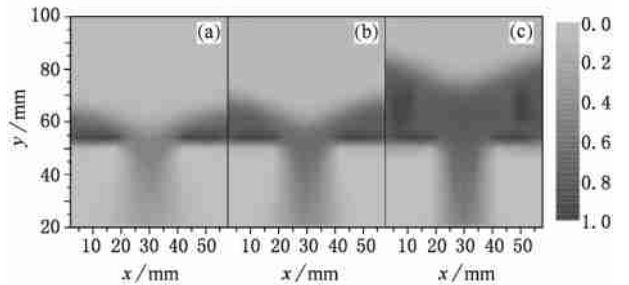


图 5 出口固定在 18.0mm 时,颗粒的初速度为(a)4.0,(b)2.0 和 (c)0.0m/s 时的颗粒密度的分布图

图 6 为出口固定在 18.0mm 时,与图 5 对应的三种不同初速度下的颗粒速率的分布图.由图 6 可以看出速率分布有如下共同特征.在颗粒堆积层上方,颗粒的速率最大.此后由于颗粒之间的相互碰撞,速率逐渐减小,在到达出口前速率达到最小值.然后在重力的作用下速率转而增大,通过出口流出管道.三种状态的主要区别仍然在出口的正上方.在典型稀疏流时此处保有较大的速率,接近密集流时速率减慢,在密集流最慢.与密度分布图类似,密集流时在 $y = 60.0 - 70.0\text{mm}$ 的区域中速率的截面也是基本上是一样的,而在稀疏流的图中没有这样的区域.对比图 5 和图 6,可发现在密度较大的区域,通常速率较低.

综合以上两个分布图我们可以看到,在出口上方较远处的颗粒碰撞较少,它们近似做自由落体运动,颗粒速度在重力势能作用下迅速增加,而密度则减小.当颗粒达到出口附近时,出口处的障碍使颗粒碰撞频繁发生,速度减慢.但为了通过同等的流量,

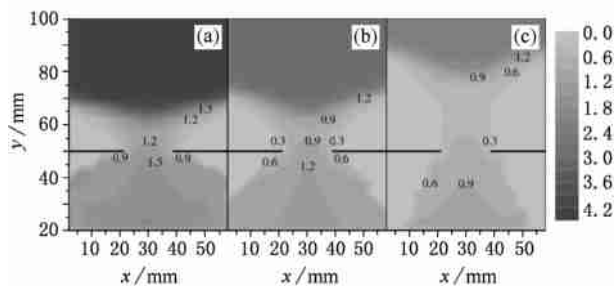


图6 出口固定在 18.0mm 时,颗粒的初速度为 (a) 4.0, (b) 2.0 和 (c) 0.0m/s 时的颗粒速率的分布图

颗粒在出口附近积累,密度增加,并形成有一定高度的颗粒堆积区.在颗粒堆积区较浅时,它对速度的衰减作用相对较弱,而密度的增加会使流量增加.总体上,此时颗粒堆积区对增加流量是有利的.因而,出口流量会随该堆积区的高度的增加而增加.如果在此范围内,出口流量达到了入口流量,则系统稳定在相应的堆积区高度上.但颗粒堆积区并非总是对增加流量有利.在超出上述范围后,由于空间的限制,密度的增加将减慢,而密集的颗粒使碰撞频繁发生,颗粒速度迅速减慢,继续增加颗粒堆积区的高度将导致流量下降.这意味着在颗粒堆积区的某一高度将产生最大稀疏流的流量.如果入口流量超过这个最大稀疏流量,则出口流量将总小于入口流量.这样,体系内的颗粒将会积累,使颗粒堆积区的高度不断增加,而流量在达到最大稀疏流的流量后逐渐减少,最终在粮仓效应的作用下,密度和速度将稳定在密集流的饱和状态.在密集流状态的分布图中,我们所看到的不随高度变化的密度和速度截面正是这种饱和状态.

按照这一分析,在图 5 的 (a) 和 (b) 中,流量均未达到最大稀疏流流量,因而,它们均处在随颗粒堆积区的高度的增加而流量增加的阶段.加之,(a) 和 (b) 的入口流量(出口流量)是相等的,我们可推断出在同样的颗粒堆积高度下,颗粒速度大的体系的流量也较大.这一现象可归结为两方面的因素.其一为到

达颗粒堆积区的颗粒速度(包括大小和方向)在颗粒堆积区内仍然部分的保留,它们并没有完全转换成颗粒温度.其二为初始速度大的体系在堆积区的颗粒温度也相对较高,使体系的密度相对较低,这样在重力的作用下流量将相应增加.在密集流状态下,第一种因素对颗粒流的贡献显然不再存在,而第二种贡献也退化成单一的在饱和密度状态下由重力的作用所产生的流量.因此,密集流状态不再与进入颗粒堆积区的颗粒速度有关.进一步对上述两个因素的细致研究需要控制体系使它们具有同样的颗粒堆积高度并在此基础上进行分析,这将是我们的研究课题之一.

4. 结 论

在实验中通过逐渐截短漏斗管部长度的方法改变颗粒到达底部出口处的速度,研究了在入口流量固定的条件下颗粒速度对颗粒流的影响.实验结果显示,出口上方高速运动的颗粒会增加最大稀疏流的流量,在本实验过程中这体现为颗粒流由稀疏流向密集流转变的临界出口尺寸变小.但当颗粒流转变为密集流后,颗粒速度的作用被出口上方的颗粒堆积区所消耗,最终变得与颗粒速度无关.

在二维分子动力学模拟计算中,我们直接验证了颗粒速度对颗粒流的影响.得到的结果与实验的相同.特别地,由模拟计算所得的临界出口尺寸与实验结果的趋势非常一致.通过二维分子动力学模拟计算,还给出了不同颗粒速度下体系的密度和速率分布.经过对这些分布图的分析,我们发现由出口处的障碍作用所引起的颗粒堆积区在初期会增加出口流量,但当堆积的高度超过一定范围时会变得逐渐减少出口流量.在相同的颗粒堆积高度下,到达出口上方的瞬间速度越大,出口处的流量也越大.利用这一性质可解释颗粒速度所导致的临界开口尺寸的减小.

- [1] Jaeger H M, Sidney R N, Behringer R P 1996 *Rev. Mod. Phys.* **68** 1259
 [2] Duran J 2000 *Sand, Power, and Grains* (New York: Springer)
 [3] Campbell C S 1990 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **22** 57
 [4] Goldhirsch I 1999 *Chaos* **9** 659

- [5] Mueth D M, Debregeas G F, Karczmar G S, Eng P J, Nagel S R, Jaeger H J 2000 *Nature* **406** 385
 [6] Nedderman R M, Laohakul C 1980 *Powder Technol.* **25** 91
 [7] Beverloo W A, Leniger H A, Velde J van de 1961 *J. Chem. Eng. Sci.* **15** 260

- [8] Hou M, Chen W, Zhang T, Lu K, Chan C K 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 204301
- [9] Chen W, Hou M, Lu K, Jiang Z, Lam L 2001 *Phys. Rev. E* **64** 061305
- [10] Chen W, Hou M, Lu K, Jiang Z, Lam L 2002 *Appl. Phys. Lett.* **80** 2213
- [11] To K, Lai P Y, Pak H K 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 71
- [12] Bao D S, Zhang X S, Xu GL, Pan Z Q, Tang X W, Lu K Q 2003 *Phys. Rev. E* **67** 062301
- [13] Bao D S, Xu GL, Pan Z Q, Tang X W, Lu K Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 401 (in Chinese) [鲍德松、徐光磊、潘正权、唐孝威、陆坤权 2003 物理学报 **52** 401]
- [14] Kuwabara G, Kono K 1987 *Jap. J. Appl. Phys.* **26** 1230
- [15] Schifer J, Dippel S, Wolf D E 1996 *J. Phys. I (France)* **6** 5

The effect of the granule velocity on the dilute-dense flow transition in granular system *

Huang De-Cai Sun Gang[†] Hou Mei-Ying Lu Kun-Quan

(Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

(Received 20 February 2006; revised manuscript received 8 March 2006)

Abstract

The effect of granule velocity on the dilute-dense flow transition in granular system is studied both experimentally and by numerical simulations. Our experiments show that high granule velocity above the exit results in a decrease of critical exit size in dilute-dense flow transition if the inflow rate is fixed. When the granular flow becomes the dense flow, the effect of the granule velocity is counteracted by a high density region above the exit, and the outflow rate is almost irrelative with the granule velocity. Similar results are also obtained by molecular dynamics simulations for corresponding two-dimensional systems. With simulation calculations, the space distributions of the density and speed are also obtained. The distributions show that the density and the thickness of the granule accumulation above the exit vary with the incoming granule velocity, and the variation plays a key role in determining the final granular flow state.

Keywords: granular flow, granular gas, molecular dynamics simulations

PACC: 4610, 8228M, 0520

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10374111 and 10274098).

[†] E-mail: gsun@aphy.iphy.ac.cn