

阻塞态颗粒介质的慢速阻力^{*}

彭 政^{1)2)†} 陆坤权²⁾ 厚美瑛²⁾

1) (中南大学物理科学与技术学院, 长沙 410083)

2) (北京凝聚态物理国家实验室, 中国科学院物理研究所, 北京 100190)

(2009 年 2 月 15 日收到, 2009 年 3 月 31 日收到修改稿)

报导了不同尺寸的大球缓慢压入颗粒床过程中所受阻力随深度变化的实验测量结果, 发现阻力曲线在不同的深度区域有不同的增长规律, 存在凹—凸转变. 阻力在较浅的区域满足 1.3 次方的幂率增长, 而在较深的区域趋向 0.3 次方的幂率增长. 通过研究凹凸转变中拐点的性质, 发现这种阻力增长速度趋缓的转变不是来源于前人认为的器壁支撑导致的介质压强饱和, 而是来源于侵入物自身的体积效应. 此外, 适用于颗粒介质快速阻力的静水压力描述并不适用于阻塞态颗粒介质的慢速阻力行为, 实验表明慢速阻力对深度的依赖关系不是线性, 且测得的静水压力系数也远大于理论估算值.

关键词: 颗粒介质, 阻力, 力链重组

PACC: 8270, 4610, 0320

1. 引 言

由于内部存在各向异性的力链结构, 阻塞态颗粒介质有别于通常的液体和固体^[1-3]. 物体在阻塞态颗粒介质中运动所受到的阻力是一个复杂而尚未很好理解的问题, 对阻塞态颗粒介质阻力形式的研究能够了解介质内部力链结构的重组信息. 按照物体侵入阻塞态颗粒介质速度的不同, 可以将阻力行为分为快速运动阻力和慢速运动阻力. 当物体快速 (速度在 1 m/s 量级或以上) 地侵入阻塞态颗粒介质时, 由于物体撞击和快速穿行动能的输入, 阻塞态的颗粒床将被流化, 侵入物受到的阻力类似于液体的静水压力, 主要由 κz 描述^[4-6], 且实验得到的系数 κ 在量级上与流体假设的估算值一致^[6]. 而当物体慢速 (速度一般在 0.001 m/s 量级或以下) 地侵入阻塞态颗粒介质时, 阻力主要来源于颗粒介质内部力链结构缓慢重组的宏观结果, 此时静水压力 κz 的描述是否仍然适用? 近年来, 各慢速阻力实验似乎并不完全一致^[7-12].

Albert 等人^[7]研究了将一根长棒插入三维颗粒床中低速水平运动时受到的阻力, 发现阻力 F_d 的大小与棒插入颗粒床的深度 z 及棒的侧面积成正比,

而与棒的运动速度和颗粒的尺寸无关. 而同一研究组的另一水平实验发现, 当侵入物完全没入颗粒床中水平运动时, 阻力大小随侵入深度的增长关系将比线性更快^[8]. 在竖直实验中, Stone 等人^[9,10]将一个圆盘竖直地缓慢压入颗粒床中, 发现阻力曲线在较浅的区域呈现线性增长, 而在较深的区域出现饱和, 在接近底部时由于边界的作用出现指数增长. 他们认为在浅区域, 阻力随深度的线性增长来源于颗粒介质的静水压力, 而在较深区域的阻力饱和和来源于 Janssen 效应, 即容器侧壁的支撑使得颗粒介质内部压强达到了饱和, 从而使阻力出现饱和. Hill 等人^[11]测量了将侵入物竖直缓慢压入和拔出浅层颗粒床 (深约 0.1 m) 的阻力, 发现阻力随深度的增加并不呈线性增长, 而是在下压和上拉实验中均呈现幂率增长关系. 且上拉实验的幂次 (1.8) 比下压实验的幂次 (1.3) 更大. 他们外推了这一幂率关系并得到一个有意思的推论, 即当侵入物陷入颗粒介质足够深以后 (约 1 m), 上拉阻力将比下压阻力更大. 在我们以前的实验中, 通过观测大球在自身重力作用下陷入颗粒介质的过程, 也发现了颗粒床对大球的支撑力与下陷深度之间存在超线性的增长关系^[12].

在以前实验的基础上, 本文进一步研究了将不同大小的球形侵入物缓慢压入深层颗粒介质过程

* 国家自然科学基金 (批准号: 10720101074, 10874209), 中国科学院 (批准号: KKCX1-YW-03, KJCX2-YW-L08) 资助的课题.

† E-mail: pz177@yahoo.com.cn

中,阻力随压入深度的变化关系.发现阻力在侵入深度 z 较小时增长较快,而在 z 较大时阻力增长开始趋缓,最后阻力几乎不随 z 增加,达到近似饱和的状态.这与 Stone 等人得到的阻力曲线^[10]类似.然而通过对阻力曲线更细致的研究发现,随着 z 的增加,阻力曲线的形状存在由凹到凸的转变.在 z 较小时(凹凸转变拐点之前)阻力并不随 z 线性增长,而是呈现幂次为 1.3 次方的幂率增长;而在 z 较大时,阻力也并未真正达到饱和,而是随着 z 缓慢增长.更重要的是,这种阻力趋于饱和的现象并非如 Stone 等人所认为的那样,来自于器壁支撑导致的颗粒介质压强的饱和,而是来源于侵入物自身的体积效应.阻力在深层颗粒介质中随 z 缓慢增加的过程可以用连续模型给出初步的解释,模型显示这一增加趋势应该满足 0.3 次方的幂率关系.侵入物在浅层颗粒介质中运动,其阻力随深度 z 的超线性增长关系意味着 κz 的静水压力描述并不适用于颗粒介质的慢速阻力行为.实际上,慢速阻力行为对静水压力 κz 的偏离不仅仅表现在深度 z 的次方上,对系数 κ 的估算同样表明了这一偏差.

2. 实验装置和实验方法

实验装置的示意图如图 1 插图所示.实验所用的颗粒床为一个装满球形玻璃颗粒(粒径分布 0.4—0.5 mm)的不锈钢圆筒,筒直径为 196.0 ± 0.5 mm,深 250.0 ± 0.5 mm.侵入物为直径 D 从 10.00 ± 0.02 mm 至 35.00 ± 0.02 mm 的 8 个钢球.钢球通过一根直径为 4.00 ± 0.02 mm 的刚性棒(不锈钢)与力传感器(分辨率 0.001 N)相连,力传感器固定在可竖直运动的微位移平台(位移平台型号:大恒 GCD-203300M)上.控制微位移平台以 0.50 mm/s 的恒定速度将钢球竖直压入颗粒床中.压入过程中钢球受到的阻力由力传感器采集并即时输入电脑中记录.通过漏斗在容器中心固定高度(漏斗口距容器平面约 50 mm)加入颗粒的方法制备颗粒床.在漏斗加入颗粒完毕后用直尺将颗粒床表面齐容器口刮平,以得到一个平整的颗粒床初始平面.为保证实验的重复性,在每次实验之前用同样的方法重新制备颗粒床.采用这种方法制备的颗粒床堆积分数约为 $60.0\% \pm 0.5\%$.在实验过程中空气湿度保持在 10%—30% 之间以减小玻璃颗粒吸潮的影响.每次实验将钢球压入颗粒床中至少 150 mm,由于玻璃颗

粒尺寸较小,因此实验涨落较小,重复性较好,故每个尺寸的钢球只取了三次实验平均.

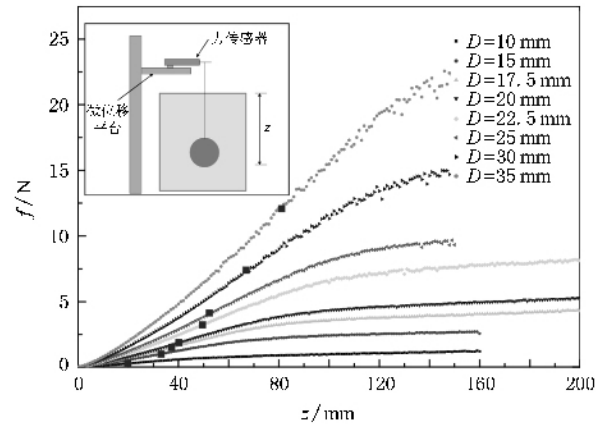


图 1 对于不同直径 D 的大球,阻力 f 随深度 z 的变化关系(实心方点是通过平滑和微分得到的拐点的位置,插图为实验装置示意图)

3. 实验结果

图 1 所示为各种尺寸的大球受到的阻力 f 随深度 z 的变化关系.如文献 [10] 中得到的阻力曲线一样, f 在 z 较小时快速增长,随着 z 增大, f 增速逐渐变缓,最终近似达到了与 z 无关的饱和状态.文献 [10] 将这一阻力饱和现象解释为 Janssen 的介质压强饱和,即认为在一定深度以后由于器壁的支撑作用颗粒介质内部压强达到了饱和,而环境压强的饱和导致了阻力的饱和.然而在 Janssen 效应中,介质压强饱和和出现的深度只与容器的尺寸以及系统参数(如摩擦系数、应力转向比等)有关,而与侵入物的尺寸无关,这意味着如果 Stone 等人的解释是正确的话,那么不同尺寸的侵入物应该在同一深度达到阻力饱和.然而如图 1 所示,尽管各条阻力曲线在达到一定深度以后似乎都出现了饱和现象,但饱和出现的深度明显不一致,越大的侵入物出现饱和趋势的深度越大.这意味着这种阻力饱和趋势的出现不应该来源于介质压强的 Janssen 饱和效应.此外,在达到阻力“饱和”的较浅区域,阻力曲线也并不随深度线性增加,而是存在一个由凹到凸的转变.事实上,如果仔细观察文献 [10] 得到的阻力曲线,同样存在这种凹凸转变.

将图 1 中的阻力曲线 $f(z)$ 平滑后进行一阶和二阶微分.微分结果证实了 $f(z)$ 确实存在一个凹凸转变,并得到了拐点 z_0 :

在 $z = z_0$ 处 $f''(z) = 0$,且随着 z 的增加由 $f''(z) > 0$ 变到 $f''(z) < 0$.

当 $z < z_0$ 时 , $f'(z) > 1$.

拐点 z_0 的位置用实心方点标注在图 1 上 . 在拐点处 $f''(z)$ 由大于零变到小于零 , 意味着 $f(z)$ 的增长速率 (即 $f'(z)$) 由增大变到减小 , 即 $f(z)$ 由加速增长变为减速增长 . 因此从某种意义上 , 如果阻力最终会达到饱和的话 , 拐点的出现就是阻力要出现饱和的信号 . 实际上 , 后面的分析会表明阻力并不会在某个深度以后达到真正的饱和 , 而是继续随着深度缓慢增长 . 因此要分析出现阻力减速缓慢增长的原因 , 阻力曲线的拐点是一个好的研究参量 . 如图 1 标识 , 拐点出现的深度 z_0 的确随着侵入物尺寸 D 的增大而增大 .

图 2 为拐点深度 z_0 及拐点处的阻力 $f(z_0)$ 随大球尺寸 D 的变化关系 . 可见 z_0 与 D 呈线性关系 , 斜率大约 2.4 . $f(z_0)$ 与 D^3 , 即大球的体积呈线性关系 , 这意味着拐点的出现与大球在颗粒介质中的排斥体积有关 , 这与物体在液体中受到的浮力类似 . 既然拐点处的阻力值与大球的体积成比例 , 那么值得期待的是能否用大球体积将不同尺寸大球的阻力曲线归一到一起 . 在尝试了各种归一方法后 , 发现将纵坐标 $f(z)$ 用 D^3 标度 , 横坐标 z 用 D 标度能使各条阻力曲线的重合程度最好 , 如图 3 插图所示 . 然而阻力曲线的重合仅仅在较浅的区域 (达到拐点深度以前) 重合较好 , 而在较深的区域各阻力曲线的分散比较明显 , 这表明阻塞态颗粒介质与流体之间仍然存在本质差别 , 值得进一步研究 . 将图 3 插图中的数据取双对数坐标后 , 数据重合的程度比线性坐标更好 , 如图

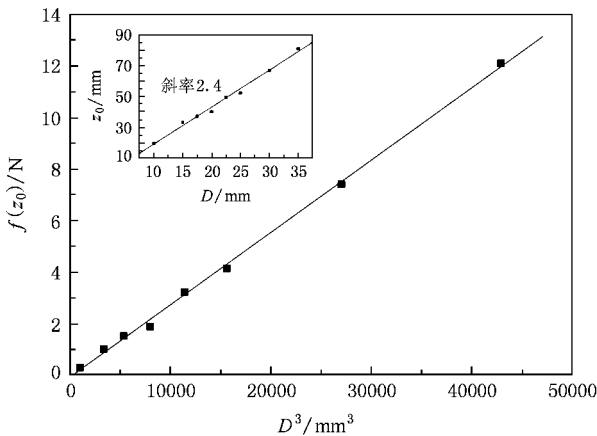


图 2 拐点处的阻力值的大小 $f(z_0)$ 与大球体积 D^3 成线性关系 (插图表明 , 拐点出现的深度 z_0 与大球的尺寸 D 成正比)

3 主图所示 . 在双对数坐标下可看出阻力曲线在不同区域满足不同的增长规律 . 在达到拐点之前的较浅区域 , 不同大球受到的阻力随深度的增加均呈现良好的幂率关系 , 幂值为 1.30 ± 0.02 . 而在较深的区域 , 可明显看出阻力并不到达饱和 , 而是仍然随着深度缓慢增加 , 增加趋势趋近于图 3 中斜率为 0.3 的辅助直线 , 辅助直线的斜率将在下文加以解释 .

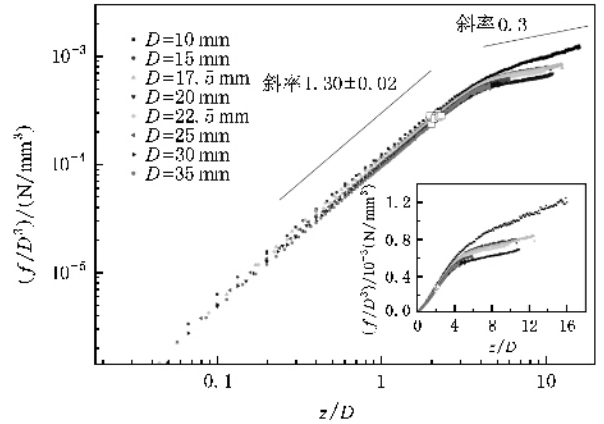


图 3 阻力 f 用 D^3 标度 , 深度 z 用 D 标度 , 所有阻力曲线的归一情况 (主图为双对数坐标 , 插图为线性坐标 , 空心方点为拐点 . 所有阻力曲线在达到拐点之前均为良好的幂率关系 . 幂次 1.30 ± 0.02 . 主图中斜率 0.3 的直线为辅助直线 , 涵义见正文)

4. 分析与讨论

4.1. 阻力拐点出现的原因及 z_0 与 D 的线性关系

一个物体竖直向下缓慢侵入液体中 , 当侵入速度很小以至于粘性作用项相对于浮力项可以忽略时 , 物体向下侵入受到的阻力最终将等于液体的浮力 (正比于侵入物的排斥体积) , 即达到与侵入深度无关的饱和值 . 液体的浮力同时也可看成是侵入物上下底面受到的压力差 . 如前面所述 , 大球在颗粒介质中慢速下压受到的阻力虽然没有达到真正与深度无关的饱和 , 但其阻力拐点的出现与大球的排斥体积有关 , 这与液体非常类似 , 因此如果将颗粒介质看成平均场近似下的连续介质 , 则拐点的出现同样是颗粒介质施加于侵入物的上下底面压力差的结果 . 当大球竖直向下侵入颗粒介质中 , 最初是将下方的颗粒局域流化并挤向两侧 , 此时大球受到的阻力完全是下方颗粒介质结构重组带来的平均压力 . 当大球整个没入颗粒介质以后 , 两侧的颗粒会崩塌回填 , 覆盖在大球上方 , 但这些回填的颗粒不会立即有强

烈的作用,只有当它们被更远处不动的邻居(颗粒)支撑住,并融入到整个颗粒系统的力链重组以后,大球上部的介质压力才开始起作用,抵消掉大球下方的部分压力,从而出现阻力拐点.对于横向尺度位 D 的大球,其横向影响(即流化)区域的尺寸应正比于 D ,在影响区域之外的颗粒几乎是不动的.因此在大球下压过程中,其上方相当于形成一个尺寸为 D 的粮仓,影响区域之外几乎不动的颗粒就相当于粮仓的侧壁,回填覆盖在大球上方的颗粒相当于填充一个尺寸为 D 的粮仓.在粮仓效应中,通常认为只有当颗粒填充深度是粮仓直径两倍左右时,器壁的支撑作用才比较明显,因此如图 2 插图所示,阻力拐点出现的深度 z_0 与 D 成线性关系就是可以理解的了.

前面分析认为,拐点的出现是由于侵入物上下底面都受到了颗粒介质压力的结果.那么可以预期如果侵入物纵向尺度很大,下压过程中始终没有完全没入颗粒介质,即其上方没有颗粒的回填覆盖,阻力曲线应该不会出现拐点.为验证这一观点,我们将一根长为 230 mm,直径 4 mm 的圆柱竖直压入颗粒床中深达 220 mm,阻力曲线如图 4 所示,结果显示在整个过程中阻力曲线都不存在拐点.

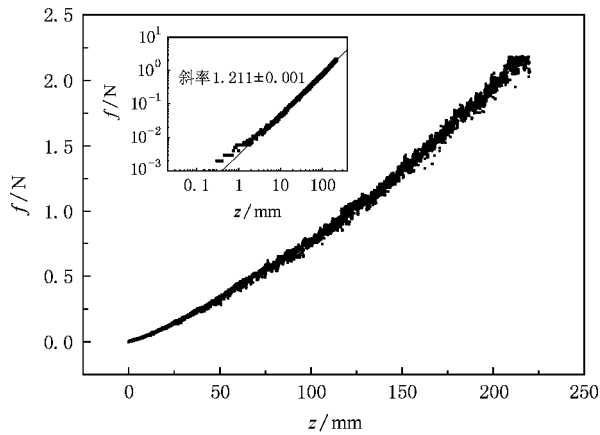


图 4 将长 230 mm,直径 4 mm 的圆柱棒压入颗粒床中 220 mm,阻力 f 随深度 z 的关系(主图为线性坐标,插图为双对数坐标,可见阻力曲线无拐点.插图显示阻力随深度变化符合 1.2 次方的幂率关系)

以上分析表明,侵入物上下底面压力差导致的排斥体积效应是阻力出现拐点的主要原因.除此之外,也许还有其他因素同样可能使阻力曲线偏离线形增长,如制备方式导致的颗粒床密度的不均匀.因为在实验中制备颗粒床采用的是固定漏斗高度的定

点源方法,因此制备过程中颗粒的冲击作用有可能造成颗粒床密度随深度的不均匀.为此我们还尝试过移动点源的制备方法,即在制备过程中缓慢提升漏斗使之始终保持在颗粒堆的尖峰处,无冲击地制备均匀的颗粒床.实验发现,用此移动点源方法得到的 $f(z)$ 阻力曲线与用定点源方法得到的 $f(z)$ 曲线几乎完全重合,拐点也在同一位置.这表明在我们采用的实验参数范围内,定点源方法制备的颗粒床的密度能近似认为是均匀的,阻力拐点的出现与颗粒床的制备方法无关.

4.2. 高深度区域阻力随深度缓慢增长的趋势

图 4 的插图表明在整个区域阻力随深度的增加满足 1.2 次方的幂率关系,这与图 3 中阻力达到拐点之前的 1.3 次方幂率关系很接近,也与 Hill 等人在浅层下压实验中得到的 1.3 次方幂率关系接近,这些阻力都来源于侵入物下方颗粒介质力链重组的宏观结果. Hill 等人在浅层实验中总结认为下压过程颗粒介质的压强大约与深度的 1.3 次方成正比,并将此压强对侵入物的前截面(下半部)积分解释了其实验结果.而对于本文的实验结果,尤其是在达到拐点深度以后,上半部分的颗粒完全融入到了整个颗粒介质的结构重组,此时需要考虑大球的上半部分和下半部分同时受到颗粒介质压力的作用.为此,我们将 Hill 等人的分析加以推广,认为只要是颗粒介质内部力链结构的慢速纵向重组,不论是在侵入物上方还是下方,其造成的介质平均压强与深度 H 的关系都满足 $p = kH^\alpha$,其中 k 为比例系数, $\alpha = 1.3 > 1$.

1) 当大球侵入较浅时,阻力 f 主要来自下半截面的作用,即 $f \approx p \cdot A \approx kAz^\alpha$, A 为大球截面积.这正是图 3 拐点之前和文献 [1] 的结果.

2) 当大球侵入较深时,需要考虑对整个球面的积分, $f = \oint_s p \cdot ds$, 压强 p 作用在球面法向.如图 5 所示, $H = z + R \cos \theta$, z 为大球质心距表面的深度, R 为大球半径,则

$$\begin{aligned} f &= f_{\perp} = \int df_{\perp} = \int_0^{\pi} p \cdot ds \cos \theta \\ &= \int_0^{\pi} k (z + R \cos \theta)^\alpha \cdot (2\pi R \sin \theta R d\theta) \cdot \cos \theta \\ &= -2\pi \int_0^{\pi} k (z + R \cos \theta)^\alpha \cdot (R \cos \theta) \cdot d(R \cos \theta), \end{aligned} \quad (1)$$

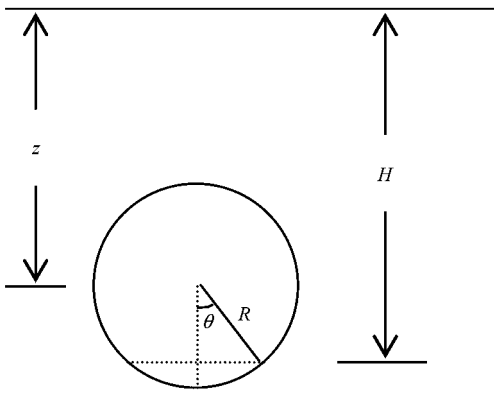


图5 积分变量示意图 (z 为大球质心距表面的距离, H 为积分微元距表面的距离)

其中 f_{\perp} 表示竖直方向的阻力, 由对称性可知, 大球合阻力等于竖直方向阻力.

令 $R \cos \theta = x$, 则 (1) 式变为

$$\begin{aligned}
 f &= -2\pi \int_R^{-R} k(z+x)^{\alpha} dx \\
 &= -2\pi k \int_R^{-R} (z+x)^{\alpha} (z+x-z) dx \\
 &= -2\pi k \left[\int_R^{-R} (z+x)^{\alpha+1} dx - z \int_R^{-R} (z+x)^{\alpha} dx \right] \\
 &= -2\pi k \frac{1}{\alpha+2} [(z-R)^{\alpha+2} - (z+R)^{\alpha+2}] \\
 &\quad + 2\pi k z \frac{1}{\alpha+1} [(z-R)^{\alpha+1} - (z+R)^{\alpha+1}] \\
 &= -2\pi k \frac{1}{\alpha+2} z^{\alpha+2} \left[\left(1 - \frac{R}{z}\right)^{\alpha+2} - \left(1 + \frac{R}{z}\right)^{\alpha+2} \right] \\
 &\quad + 2\pi k \frac{1}{\alpha+1} z^{\alpha+2} \left[\left(1 - \frac{R}{z}\right)^{\alpha+1} - \left(1 + \frac{R}{z}\right)^{\alpha+1} \right].
 \end{aligned} \tag{2}$$

当 $z \gg R$ 时, $\frac{R}{z}$ 为小量, 利用级数公式

$$\begin{aligned}
 (1 \pm x)^{\alpha} &= 1 \pm \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} x^2 \\
 &\quad \pm \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{6} x^3 + \dots
 \end{aligned}$$

将 (2) 式展开至第三阶得

$$f \approx \frac{4\alpha}{3} \pi k R^3 z^{\alpha-1} = \alpha V k z^{\alpha-1}, \text{ 其中 } V = \frac{4}{3} \pi R^3, \text{ 为大球体积.}$$

按照以上的连续介质模型, 在 $z \gg R$ 的高深度区域, 应得到阻力 $f \propto z^{\alpha-1} = z^{0.3}$. 图 3 在高深度区域给出了一条斜率为 0.3 的辅助直线, 可看出, 不同 D 的阻力曲线在 z 比较大时, 的确都趋向此辅助直线, 但是由于在双对数坐标下这一区域的长度太短, 故

由目前的数据仍难下肯定结论, 有待将来更深的实验结果来验证这一结果.

4.3. κz 阻力的适用性

对于快速侵入颗粒介质的物体, 如引言中所述, 其阻力行为能用静水压力 κz 来描述^[4-6], 不仅仅阻力随深度的关系满足一次方, 系数 κ 也能用颗粒介质密度估算出来^[6]. 而对于慢速侵入颗粒介质的物体, 我们的实验结果显示了阻力随深度的关系是非线性的. 实际上, 即使忽略掉 1.3 与 1 次方之间的差别, 如同文献 [10] 一样把浅层阻力曲线当成线性增长, 这一阻力仍然与静水压力不同, 因为此时的 κ 要比流体估算大得多. 为比较与快速侵入实验的区别, 我们将一个直径为 20 mm 的大球慢速 (0.5—5.0 mm/s) 压入快速实验^[5, 6]中使用过的松散颗粒床 (由真实密度为 673 kg/m³ 的中空漂珠组成, 堆积分数为 54%), 得到的阻力曲线如图 6 所示. 由实验得到 $\kappa \approx 0.02 \text{ N/mm} = 20 \text{ N/m}$, 而对于半径为 R 的大球, 静水压力估算得到 $\kappa \approx \rho_m g \pi R^2 \approx 1 \text{ N/m}$, 其中 ρ_m 为颗粒介质的堆积密度 (颗粒的真实密度与堆积分数的乘积). 可见实验值比理论估算值大一个量级以上. 如果用图 1 的数据估算也能得到同样的结论.

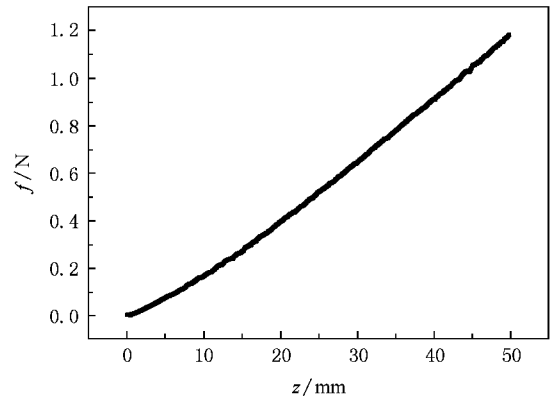


图6 将直径 20 mm 的大球缓慢压入与快速阻力实验^[5, 6]相同的松散颗粒床 (由密度为 673 kg/m³ 的空心漂珠组成, 堆积分数 54%), 阻力随深度的变化关系

4.4. 物体在颗粒介质中横向和纵向慢速运动的区别

物体在颗粒介质中的慢速运动受到的阻力来源于颗粒介质内部力链结构的重组. 综合现有的颗粒介质中慢速运动阻力的实验^[7-12], 我们发现所有将侵入物纵向 (重力方向) 压入颗粒介质的实验^[9-12]都

表明,纵向下压的宏观阻力随深度的变化是超线性的,大约是 1.3 次方的幂率关系.而侵入物在颗粒介质中横向(水平方向)运动受到的阻力对深度的依赖关系则既有线性^[7]又有非线性^[8]的报道,两个横向实验的区别在于前者^[7]是横向移动一根插入颗粒介质的长棒,而后者^[8]是横向移动一个完全浸没在颗粒介质中的物体.我们认为导致阻力形式差别的原因在于,在文献 [7] 中,长棒没有完全没入颗粒介质,因此其横向运动带来的力链重组只有水平方向的,而在文献 [8] 中,完全浸没在颗粒介质中的物体在横向移动时除了水平方向的力链重组还会带来重力方向的力链重组.因此,我们倾向于认为,虽然物体在颗粒介质中慢速运动都会带来介质内部力链重组,但如果带来的仅仅是横向(与重力垂直的方向)的重组,则阻力随深度的变化是线性关系,而如果还存在纵向(重力方向)的重组,那么阻力随深度的关系就会表现出超线性.这种超线性产生的原因可能与颗粒在重力作用下的赫兹(hertz)接触有关^[12].很值得将来进一步进行实验和计算机模拟研究.

5. 结 论

通过测量不同尺寸的大球竖直压入阻塞态颗粒介质过程中阻力随深度的变化关系,研究了物体在颗粒介质中慢速运动的阻力行为,得到了以下几条主要结论

1. 阻力随着深度单调增加,并且阻力曲线存在由凹到凸的变化关系.凹凸转变说明阻力随着深度增加的增长速度逐步变缓.

2. 对转变拐点性质的研究表明,这种阻力增长变缓的转变不是前人认为的器壁对颗粒介质支撑的结果,而是来自颗粒介质对侵入物上下底面的压力差,即侵入物的体积效应.

3. 阻力不会达到与深度无关的饱和值,而是在不同深度区域满足不同的增长规律,在浅区域满足 1.3 次方的幂率增长,而在深区域趋向 0.3 次方的缓慢幂率增长,连续介质模型给出了初步解释.

4. 适用于流化态颗粒介质的 κz 快速阻力模型并不适用于物体在阻塞态颗粒介质中慢速运动的阻力行为,慢速阻力不仅仅不符合深度的线性增长,对系数 κ 的估算也存在量级的偏差.

5. 物体在颗粒介质中受到的慢速阻力是颗粒介质内部力链结构重组的宏观结果.通过总结现有的慢速阻力实验,我们认为水平方向的力链重组导致的阻力对深度的依赖关系满足线性,而竖直重力方向的力链重组则会导致阻力对深度的超线性依赖.这种超线性可能与重力作用下,颗粒的赫兹接触形变有关,仍然值得进一步研究.

6. Hill 等人在浅层实验^[11]中研究将物体慢速下压入和上拉出颗粒介质的阻力时,得到了阻力随深度分别满足 1.3 和 1.8 次方的幂率变化关系,他们将这一结果外推到 1 m 左右的深度,得到了拉力会比压力更大的有趣推论.然而我们的实验结果表明,下压阻力的 1.3 次方幂率关系不能外推.只要将物体压入更深,下压阻力将不可避免地进入低于线性的慢速增长,而且这种变化不是容器壁的影响,因而也无法通过扩大容器加以消除.因此他们的推论应予重新考虑.

[1] de Gennes P G 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** S374

[2] Luding S 2005 *Nature* **435** 159

[3] Zhang X G, Long Z W, Hu L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 90 (in Chinese) [张兴刚、隆正文、胡林 2009 物理学报 **58** 90]

[4] Lohse D, Rauhé R, Bergmann R, van der Meer D 2004 *Nature* **432** 689

[5] Zhang Q Y, Peng Z, He R, Liu R, Lu K Q, Hou M Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4708 (in Chinese) [张权义、彭政、何润、刘锐、陆坤权、厚美瑛 2007 物理学报 **56** 4708]

[6] Hou M, Peng Z, Liu R, Lu K, Chan C K 2005 *Phys. Rev. E* **72** 062301

[7] Albert R, Pfeifer M A, Barabási A L, Schiffer P 1999 *Phys. Rev.*

Lett. **82** 205

[8] Albert R, Sample J G, Morss A J, Rajagopalan S, Barabási A L, Schiffer P 2001 *Phys. Rev. E* **64** 061303

[9] Stone M B, Bernstein D P, Barry R, Pelc M D, Tsui Y K, Schiffer P 2004 *Nature* **427** 503

[10] Stone M B, Barry R, Bernstein D P, Pelc M D, Tsui Y K, Schiffer P 2004 *Phys. Rev. E* **70** 041301

[11] Hill G, Yeung S, Koehler S A 2005 *Europhys. Lett.* **72** 137

[12] Peng Z, Hou M, Shi Q, Lu K 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1195 (in Chinese) [彭政、厚美瑛、史庆藩、陆坤权 2007 物理学报 **56** 1195]

Slow drag in jammed granular medium^{*}

Peng Zheng^{1)†} Lu Kun-Quan²⁾ Hou Mei-Ying²⁾

1) (School of Physics Science and Technology, Central South University, Changsha 410083, China)

2) (Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(Received 15 February 2009; revised manuscript received 31 March 2009)

Abstract

Movement of intruder in jammed granular medium may result in interior reorganization of force chain structure. The form of drag force experienced by the intruder reflects the macro effect of the reorganization. By measuring the slow-pushing force of spheres intruding vertically into a granular bed, depth dependence of vertical drag force in jammed granular medium is studied experimentally. It is found that the drag force curve has a concave-convex transition with increasing penetration depth and the drag force follows different depth dependence in different regimes. In shallow regime, there is an exponent 1.3 power-law depth dependence; while in deep regime, the drag force is not saturated but has a tendency of power-law dependence with exponent 0.3. By studying the properties of the inflection point of the concave-convex transition, we have shown that the slowdown of the increasing rate of drag force is not a result of sidewall support proposed by previous researchers, but a result of volume effect of the intruder in granular medium. Moreover, the hydrostatic model is not appropriate in the case of slow drag and static granular bed, for not only the depth dependence of the drag force is higher than linear, but also its coefficient is much greater than the hydrostatic estimate.

Keywords : granular medium, drag force, force chain reorganization

PACC : 8270, 4610, 0320

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10720101074, 10874209) and CAS (Grant Nos. KKCX1-YW-03, KJCX2-YW-L08).

[†] E-mail : pz177@yahoo.com.cn