# 直剪颗粒体系的尺寸效应研究*

张祺[1)2)] 厚美瑛[2)†]

1) (武汉大学物理科学与技术学院人工微纳结构教育部重点实验室, 武汉 430072)

2) (中国科学院物理研究所北京凝聚态国家重点实验室, 北京 100190)

(2012 年 6 月 29 日收到; 2012 年 8 月 29 日收到修改稿)

本文通过改变直剪盒内高精度球形玻璃珠粒径、直剪盒厚度和长度的比例关系来观察体系剪切应力同试样边界条件的关系. 发现随着玻璃珠粒径的减小样品所能承受的剪切应力会略微减小, 而直剪盒长度的减小也会导致剪切应力的下降. 实验结果表明直剪盒长度不足 35 倍颗粒粒径或者其厚度小于 0.5 倍直剪盒长度的时候, 直剪实验具有明显的尺寸效应, 现行的直剪实验指导标准应当予以修正.

**关键词**: 颗粒物质, 直剪实验, 尺寸效应

**PACS:** 45.70.−n, 83.80.Fg

## 1 引 言

直接剪切仪 (直剪仪) 是岩土工程中最早使用的一种测定土样抗剪强度的仪器. 它具有操作直观简单方便的特点, 并且在岩土力学教学和实际工程测试中被广泛使用. 同时物理工作者们认为密堆颗粒体受剪形变行为是一种典型的颗粒体类固 — 液相转变过程, 因此直剪仪也越来越多的出现在物理实验研究工作中 [1,2]. 从物质结构角度看水、空气、金属或者晶体等常见固体具有宏观运动和微观分子相互作用两个尺度. 而颗粒物质与之相比则多出一个以颗粒粒径 $d$ 为特征长度的介观尺度. 对于由大量相互挤压不能发生宏观运动的离散单元所组成的颗粒固体而言, 颗粒与颗粒之间的相互接触所组成的非均匀网络状的力链结构决定了颗粒固体的力学性质 [3,4]. 然而长时间以来传统的土力学模型框架仍然基于线弹性连续介质的观点处理问题, 而忽视了岩土作为一种典型的颗粒材料所具有的非连续特征. 因此对颗粒材料的测量和研究中可能隐藏着诸多问题, 比如当直剪样品尺寸不是远大于力链特征长度而只是可比拟时, 体系边界条件将会严重影响样品的测量结果. 最终导致同样实验条件同等剪切位移下, 大尺度试样和小尺度试样的结果并不相同, 即所谓的直剪体系的尺寸效应.

目前工程测试中大都采用美国材料与试验协会 (ASTM) 颁布的 ASTM D 3080 暨土壤在固结排水条件下的直剪实验测试方法标准. 该标准规定直剪仪剪切盒的长度应至少 10 倍于测试样品中最大颗粒的粒径, 并且剪切盒的长度应该大于其厚度的两倍, 也就是说剪切样品的纵横比即样品厚度除以长度应小于 1/2. 然而该标准的制定更多来源于经验性的总结其合理性在最近的研究工作中受到了质疑. Cerato 等 [5] 在不同大小不同种类的砂石直剪实验中发现, 当剪切盒长度小于 50 倍颗粒粒径的时候, 更大的剪切盒会导致样品剪切强度的减小. Zhou 等 [6−9] 运用二维 Discrete Element Method (DEM) 模拟的方法来研究直剪仪尺寸效应问题. 大部分的模拟结果是类似的, 即在颗粒粒径减小或者剪切盒纵横比减小的条件下测得样品的剪切强度会减小. 但也有少数的结果是相反的, 比如 Andres[10] 的模拟结果显示粒径为剪切盒长

* 地震行业科研经费 (批准号: 201208011) 和国家自然科学基金 (批准号: 11034010) 资助的课题.

† E-mail: mayhou@aphy.iphy.ac.cn

© 2012 中国物理学会 Chinese Physical Society 

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

度 1/12 的颗粒样品剪切强度相比粒径为剪切盒长度 1/20 的颗粒样品要小.

对于直剪实验而言, 不同材料的表面摩擦系数和弹性系数都不尽相同, 尤其是实际砂土不规则的颗粒形状以及粒径分布不确定性会造成严重的自锁效应, 最终必将严重影响实验结果的统一性 [11]. 为了避免这些因素的影响本文中我们采用高精度球形钠钙玻璃珠进行颗粒材料直剪实验尺寸效应的研究. 最终的实验结果表明, 在确定剪切盒纵横比条件下大粒径的玻璃珠样品剪切强度要比小粒径的玻璃珠样品的剪切强度大. 而对于同一直径的玻璃珠, 纵横比大的样品剪切强度比纵横比小的样品剪切强度要大. 现行的固结排水条件下的直剪实验测试方法标准应适当调整为剪切盒长度应当大于 35 倍颗粒直径, 纵横比应当大于 1/2 更为合理.

## 2 实验装置

直剪仪系统由样品池、驱动马达、法向压力约束组件、应变和应力测量组件构成, 如图 1 所示. 样品池为边长 7 cm 的铝质正方形剪切盒, 分为上下两盒, 放置于轴承滚珠导轨上. 通过增加铝质垫块的方式可以制备不同厚度的颗粒样品. 步进电机驱动水平推杆推动下盒向前运动, 驱动速度为 10 μm/s. 剪切盒的上盒通过最大量程 1000 N 的钢制 S 形力学传感器与墙壁固连, 可以认为传感器受力时基本不发生形变. 法向压力通过上盖加载到颗粒样品, 每次剪切过程中正压力保持不变均为 1200 N. 实验开始前通过落雨法制备随机密堆积颗粒床, 即玻璃珠倾倒在筛孔约为 120%颗粒直径的筛子上, 玻璃珠通过筛子后均匀的降落到剪切盒中. 这种方法所制备的颗粒床体积分数为 63.8% ± 0.03%. 实验开始后两块千分表分别测量上下盒错开的距离和上盖的位移.

在测量颗粒粒径对样品直剪条件下抗剪强度的影响时, 我们采用直径分别为 1.5 mm, 2.0 mm, 2.5 mm 以及 3 mm 的高精度球形钠钙玻璃珠制备样品, 其直径误差范围均小于 ±0.02 mm. 制备的颗粒床的厚度统一为 5 cm, 这是因为根据我们的结论纵横比为 5/7 的颗粒床可以有效的避免纵横比带来的尺寸效应问题. 应当说明的是本实验中用统一粒径的玻璃珠制备成的样品床与具有一定分散度颗粒制备成的颗粒床相比并未出现明显的结晶化.

在测量不同剪切盒纵横比对抗剪强度的影响时, 样品盒长度保持 7 cm 不变而样品厚度发生改变, 分别制备厚度为 1, 2, 3, 4 以及 5 cm 的样品床. 为了减小颗粒粒径带来的尺寸效应影响, 这组实验我们采用了粒径 0.9—1.0 mm 的玻璃珠, 又使用一组粒径 1.8—2.0 mm 的玻璃珠做对比. 为了避免颗粒系统随机性的影响, 以上各组实验条件均重复 8—10 次后求取平均值.

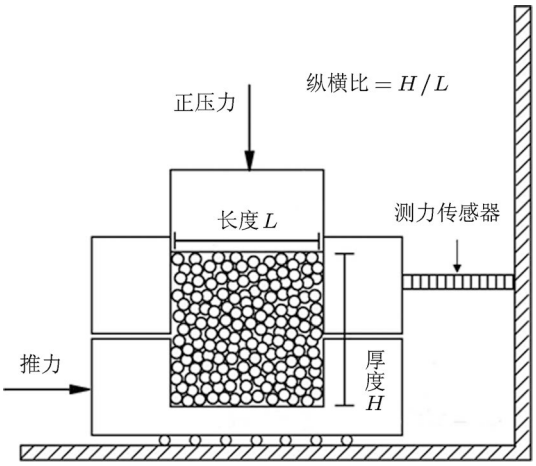


图 1 直剪实验装置示意图

## 3 实验结果和讨论

对于无粘性颗粒材料, 通过直剪实验得到最重要的宏观材料参数就是颗粒样品的峰值剪切强度和残余剪切强度, 以及由这两者所定义的相应的摩擦系数. 图 2 所示的是典型的随机密堆颗粒直剪实验的力学响应曲线. 剪切过程开始后较小的形变范围内, 同连续固体受剪行为相类似, 颗粒样品受到比较小的形变就会产生较大的剪切应力并且剪切应力会随着形变量的增大而逐渐增加. 当形变量积累到一定程度后这种增加的趋势开始变缓直至达到一个峰值, 这个值在岩土力学上常被称为峰值强度或屈服强度记为 $F_{\mathrm{p}}$. 在这之后的过程中剪切应力逐渐释放直至一个基本不再变化的状态. 这个状态与流体受剪行为类似被称为临界状态, 相应的剪切应力值被称为残余剪切强度记为 $F_{\mathrm{r}}$. 在屈服点到临界状态的剪切过程中, 由于颗粒的材质, 表面特性以及粒径等因素的影响, 剪切应力会发生突然的减小, 这种现象被称为滞滑 (stick-slip)



?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

现象. 本实验中对于测到的力学曲线, 我们暂不计入滞滑现象的影响, 而是取图 1 中虚线所示的包络线来代表该次实验的结果. 至于屈服强度和残余剪切强度的确定则是取全部数据点中剪切应力最大的 5%的点的数学平均值以及剪切位移为全部数据最后 10%的点相应的剪切应力数学平均值来避免颗粒体系随机性的影响. 进一步的, 将这两个值除以样品所受到的正压力 $N$, 可以定义所谓的体摩擦系数 $\mu_{\rm b} = F_{\rm p}/N$ 和残余摩擦系数 $\mu_{\rm r} = F_{\rm r}/N$.

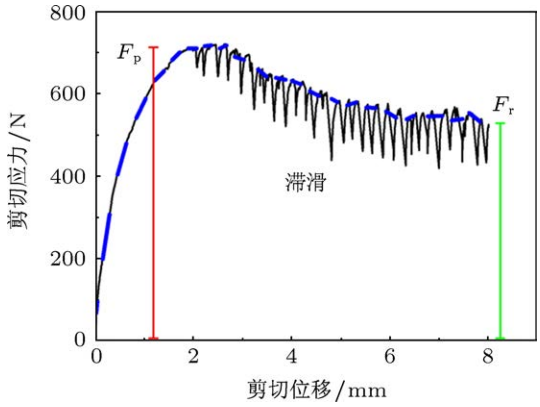


图 2 2.0 mm 粒径颗粒床的剪切曲线

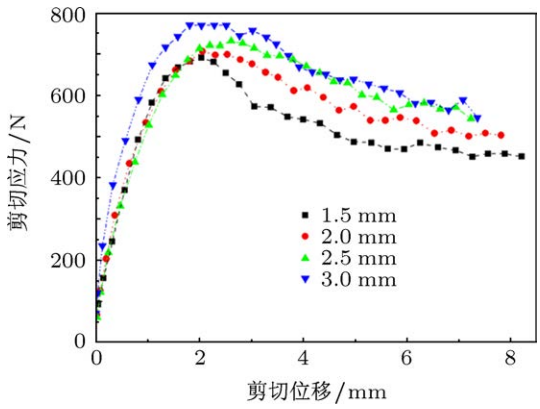


图 3 不同粒径样品的剪切强度

图 3 是不同粒径的颗粒样品受到剪切后的力学曲线. 因为取平均值的原因, 图中未显示有明显的滞滑现象. 不论是 1.5 mm 的小颗粒还是 3.0 mm 的大颗粒, 剪切盒的长度都已经大于 10 倍的粒径符合 ASTM D 3080 标准的相应要求. 然而粒径为 3.0 mm 颗粒的样品的屈服强度和残余剪切强度都大于小粒径颗粒样品, 显示出明显的尺寸效应. 相对而言, 2.0 mm 和 1.5 mm 组的峰值强度已经十分接近, 可以预测对于更小的颗粒来说这种尺寸效应应当不再出现. 由于颗粒介质有一定的随机性, 所以实验结果的涨落范围也是一项重要的指标. 图 4 是不同粒径颗粒样品峰值强度以及残余剪切强度平均值及其误差范围. 从图中可以看出两个剪切强度的涨落范围同颗粒尺寸没有明显的关系. 事实上, 除了通过改变颗粒粒径外还通过固定颗粒大小改变样品盒大小的办法来进行尺寸效应的研究, 从剪切盒长度 $L$ 与粒径关系 $d$ 这个角度上看, 两种方法没有本质区别, 结果也是类似的. 我们的工作中不同粒径的体摩擦系数差距只在 7%左右, 小于 Zhou 等人模拟的结果但是同 Cerato 等人的实验结果是一致的, 这主要是因为模拟工作中各组颗粒的粒径差别可达 6, 7 倍之多而实验一般不易做到.

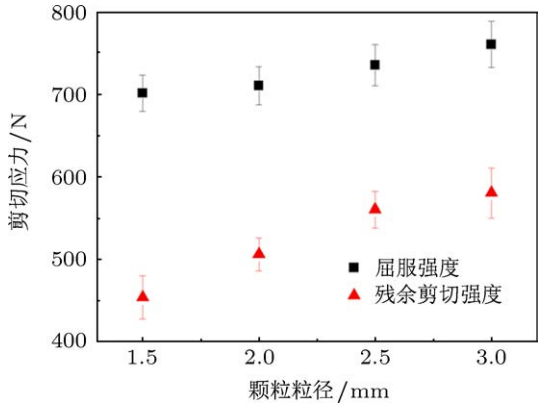


图 4 不同粒径颗粒样品峰值强度以及残余剪切强度平均值及其误差范围

为了进一步的验证以上的结论, 我们采用大小不同的两种粒径的玻璃珠将其按照一定的比例混合, 然后观察样品的混合比例对屈服强度的影响. 如果尺寸效应确实存在的话, 那么随着大直径颗粒和小直径颗粒比例越来越小, 样品的抗剪强度也会变低. 图 5 是直径为 1.8—2.0 mm 大颗粒和直径 1.25—1.45 mm 的小颗粒按质量比混合样品的抗剪强度曲线. 从图中可以看出, 当部分的大玻璃珠被替换为小玻璃珠后, 样品的颗粒总数增加, 样品的屈服强度也略减少.

除了样品尺寸和粒径比例这一影响因素外, 样品本身的纵横比也是影响实验结果的一项重要因素. 图 6 所示即在颗粒尺寸固定的条件下改变样品纵横比的实验结果. 从图中可以看出, 不论是直径为 0.9—1.0 mm 的颗粒体系还是直径为 1.8—2.0 mm 的颗粒体系, 随着纵横比的减小, 样品的屈服强度和残余剪切强度也相应的减小. 更进一步的



?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

分析可以看出纵横比为 5/7, 4/7 的样品的屈服强度基本是一致的, 也就是说当纵横比大于 3/7 的时候, 体系的尺寸效应不是很明显, 但是纵横比 2/7 和 1/7 的样品的屈服强度则远远的偏离前面的三组, 这意味着 ASTM D3080 所规定的实验条件 “纵横比不应超过 1/2” 恰恰会导致比较强烈的尺寸效应. 值得注意的是纵横比为 1/7 和 2/7 的样品, 剪切应力随剪切位移的演化行为看起来类似于随机松堆积颗粒体的受剪行为, 但实际上样品初始制备厚的体积分数仍然属于密堆积, 也就是说这样的结果完全由样品的初始条件所决定.

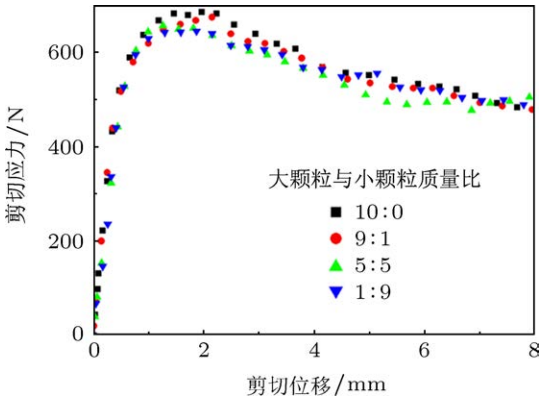


图 5 大小两种颗粒混合样品的剪切强度

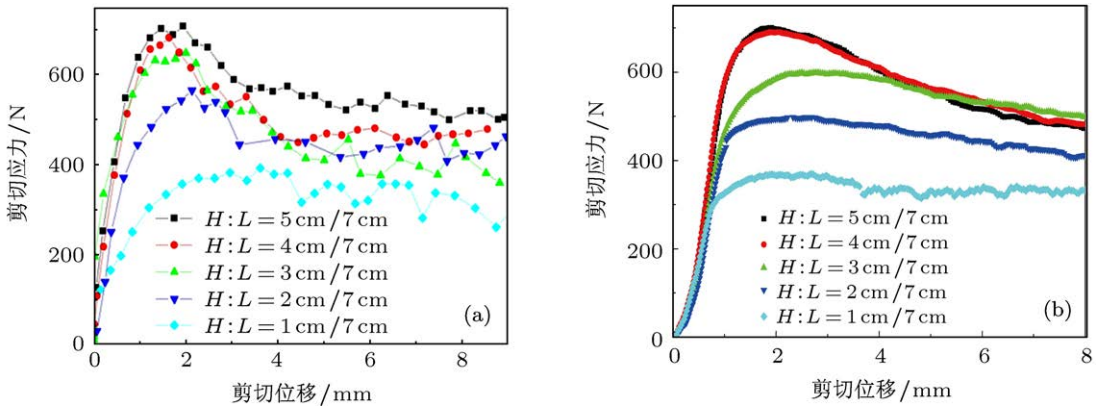


图 6 不同样品纵横比的实验结果 (a) 颗粒直径 0.9—1.0 mm; (b) 颗粒直径 1.8—2.0 mm

颗粒材料是一种典型的弹塑性体并且表现出一定的记忆性, 不同路径的剪切方式的实验结果也不尽相同. 土力学研究工作中, 对于直剪仪和三轴仪除了静态剪切外还经常使用循环剪切的模式进行实验, 用来观察砂土的加工硬化等现象 [12,13]. 上文中不同样品的纵横比会导致样品的屈服强度不尽相同, 因此我们预测对于循环剪切实验, 纵横比的变化也可能导致类似的结果. 图 7 是直径为 1.8—2.0 mm 颗粒玻璃珠在不同纵横比条件下的力学响应曲线. 实验中我们设定相同的推进方式, 在完全屈服之前进行对样品施加三次推进拉回过程, 由于颗粒的弹塑性, 剪切应力的卸载路径和二次加载路径不会完全相同, 这就形成所谓的 “loop”, 根据等效粘弹性模型理论 [14], 其面积即代表了在该剪切位移条件下能量的损耗, 进一步可以得到该状态下颗粒材料的相对能量损耗率等材料特性. 由于颗粒的随机性, loop 发生的剪切位移并不完全一致. 从图中可以看出, 与上文类似纵横比 1/7 的样品的加载卸载曲线差距最大, 也就意味, 纵横比对于循环剪切方式也存在尺寸效应即小纵横比下颗粒体的塑性要更强一些.

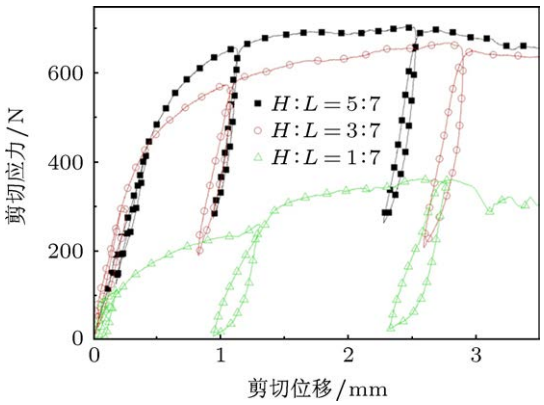


图 7 不同纵横比条件下的循环剪切的实验结果

以上的实验结果可以通过颗粒体系内部力链结构的特性来予以解释. Bi 等 [15] 的模拟结果显示在剪切开始前, 颗粒样品受到竖直方向的静力压缩,



?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

内部形成的力链多为环状并且在各个方向分布均匀. 剪切开始后, 样品的断裂面始终沿剪切推进方向, 接近屈服点时而样品内部的主应力方向则与断裂面成一个约为 $45^\circ + \varphi/2$ 的夹角, $\varphi$ 是该颗粒材料的宏观摩擦角. 这时颗粒体内部的力链结构也会发生改变, 在沿主应力方向会形成比较集中的强力链 [16−18], 而在远离强力链的区域内颗粒之间相互作用比力链附近区域要小得多. 原理上力链形成是颗粒与颗粒之间相互接触挤压的结果, 力链上如果一个接触点发生断裂那么整条力链就会崩塌重组. 如果力链上颗粒数目越多, 那么发生崩塌的概率也就越大, 所以强力链上颗粒的数目不会太多. Wang 等 [19] 的工作也证实在颗粒体内部强力链长度和概率分布遵循幂律关系, 对于 12 个颗粒以上的强力链存在概率可以忽略不计. 综上所述当剪切盒内颗粒数目较少时, 颗粒内部接触力分布的不均匀性更加显著, 即远大于平均接触力的强力链更容易从剪切盒一端的边壁延展到另一端, 形成稳定的结构来对抗外来剪切的影响; 当颗粒数目逐渐增多后, 样品内部不可能形成很长的连接剪切盒两端边壁的强力链, 更可能的情况是若干条若干条短而弱的力链形成带状分布在主应力方向. 这时一旦剪切发生, 由于上述的强力链的平均作用, 新的力链带上的颗粒就容易发生滑动错位, 宏观上表现为颗粒数目多时样品只能承受更小的剪切应力. 改变纵横比的影响与之类似. 当样品的纵横比减小时, 颗粒样品长度相对其厚度越来越大, 相对长度的增加必然导致原有强力链的断裂和重组, 最终在宏观上导致剪切应力的减小, Wang 等 [9,10] 的模拟工作印证了以上的解释.

## 4 结 论

本文报道了无粘性玻璃珠直剪实验中颗粒粒径以及直剪盒纵横比对实验结果的影响. 发现当直剪盒长度小于 35 倍颗粒或者纵横比小于 1/2 时, 样品的剪切强度表现出明显的尺寸效应. 这主要是因为当颗粒数目增多或者纵横比变小时, 样品内部越来越难以形成完整的强力链结构而变为若干短力链形成的力链带, 在这些力链中间的区域就更加容易受到剪切力的作用而发生屈服. 颗粒物质具有强烈的非线性、非平衡性、不可逆性、不均匀性, 而颗粒体系的类固液转变又是跨越了从原子结构到宏观结构近 10 个量级的固体变形问题, 其物理力学性质会随空间尺度而发生一定的变化, 即所谓多尺度效应. 所以利用传统工程上的直剪手段进行颗粒材料的尺寸效应研究对于复杂物质多尺度问题具有重要的物理意义. 除直剪实验外, 在另一种材料剪切特性基础实验手段 — 三轴剪切实验中, Liu 等 [20] 发现三轴实验样品尺寸和颗粒粒径的比例应大于 40 否则会出现尺寸效应. 而 Xu 等 [21] 通过变分法从理论上推导出对于体积分数为 64%的密堆颗粒体系当样品长度大于 29 倍的颗粒平均粒径时尺寸效应的误差大约在 5%. 我们的工作给出了直剪实验中为避免尺寸效应样品应当遵循的标准并建议现行的土壤在固结排水条件下的直剪实验测试方法标准应当修正为样品纵横比大于 1/2 并且长度在 35 倍颗粒以上.


[1] Zhang Q, Li Y C, Hou M Y, Jiang Y M, Liu M 2012 *Phys. Rev.* E **85** 031306

[2] Khidas Y, Jia X P 2012 *Phys. Rev.* E **85** 051302

[3] Hartley R R, Behringer R P 2003 *Nature* **421** 928

[4] majmudar T S, Behringer R P 2005 *Nature* **435** 1079

[5] Cerato A B, Lutenegger A J 2006 *Geotech Test. J.* **29** 507

[6] Douglas E J, Julio R V, Matthew T E 2007 *Geotech Test. J.* **30** 512

[7] Zhou Q, Hayley H S, Brian T S 2009 *China. Sci. Bull.* **54** 4337

[8] Wang J F, Gutierrez M 2010 *Geotechnique* **60** 395

[9] Wang J F, Gutierrez M 2009 *Powders & Grains* **1145** 365

[10] Andres D O, Daniel M H, Hayley H S 2009 *Powders & Grains* **1145** 413

[11] Sezer A, Altun S, Goktepe B A 2011 S *Oils and Foundations* **51** 857

[12] Pecker A 2007 *Advanced Earthquake Engineering Analysis* **494** 978

[13] Feng D K, Hou W J, Zhang J M 2012 *China Civil Engineering Journal* **45** 169 (in Chinese) [冯大阔, 侯文峻, 张建民 2012 土木工程学报 **45** 169]

[14] Xu S H, Zheng G, Xu G L 2010 *Rock and Soil Mechanics* **31** 08 (in Chinese) [徐舜华, 郑刚, 徐光黎 2010 岩土力学 **31** 08]

[15] Bi Z W, Sun Q C, Liu, J G, Zhang C H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 034502 (in Chinese) [毕忠伟, 孙其诚, 刘建国, 金峰, 张楚汉 2011 物理学报 **60** 034502]

[16] Cui L, Sullivan C O 2006 *Geotechnique* **56** 455

[17] Yan Y, Ji S Y 2010 *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech* **34** 978

[18] Liu S H 2006 *Can. Geotech. J.* **43** 155

[19] Wang G Q, Sun Q C 2009 *Engineering Mechanics* **26** Sup.II-0001-




?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

07
[20] Liu H T, Cheng X H 2009 *Rock and Soil Mechanics* **30** Sup.I-0287-06 (in Chinese) [刘海涛, 程晓辉 2009 岩土力学 **30** 增 I-0287-06]
[21] Xu F X, Chen X 2009 *Mechanics of Materials* **41** 174

# Research on size effect of direct shear test*

Zhang Qi[1)2)] Hou Mei-Ying[2)†]

1) ( *Key Laboratory of Artificial Micro- and Nano-Structures of Ministry of Education, School of Physics and Technology, Wuhan University, Wuhan* 430072*, China* )

2) ( *Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, Insitute of Physics, Chinese Academy of Sicenes, Beijing* 100190*, China* )

( Received 29 June 2012; revised manuscript received 29 August 2012 )

**Abstract**

The shear behavior of granular material is not only the most important mechanical property but also the most basic technical indicator in an engineering project. Today, it is still widely used, owing to its simplicity in operation. However, unlike common solid material, granular material shows the properties of disorder and non-uniformity. This is due to the formation of complex network force chains in granular medium. This also leads to the size effect of shear stress in granular solid. In this paper, direct shear tests with various sizes of high-precision spherical glass beads and sample aspect ratio are carried out to investigate the size effect of shear stress. It is found that when the particle size of glass bead decreases, or when the number of glass beads increases, the shear stress decreases slightly, while the reduction of the sample aspect ratio will lead to similar changes. The experimental results show that when the sample length is less than 50 times the particle size or aspect ratio less than 0.5, direct shear tests shows a significant size effect. Therefore the result of this investigation suggests that the guidance for current standard direct shear test should be revised.

**Keywords:** granular media, direct shear test, scale effect

**PACS:** 45.70.−n, 83.80.Fg

* Project supported by the Special Fund for Earthquake Research(Grant Nos. 201208011), and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11034010)

† E-mail: mayhou@aphy.iphy.ac.cn



?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net