

颗粒固体应力转向比的光弹法探测

宗谨 周志刚 王文广 张晟 林平 石玉仁 厚美瑛

Janssen ratio in granular solid measured by photoelastic method

Zong Jin Zhou Zhi-Gang Wang Wen-Guang Zhang Sheng Lin Ping Shi Yu-Ren Hou Mei-Ying

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 66, 104501 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.104501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.104501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I10>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[水平激励下颗粒物质的有效质量及耗散功率的研究](#)

[Effective mass spectrum and dissipation power of granular material under the horizontal and vertical excitation](#)

物理学报.2016, 65(23): 234501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.234501>

[类固态颗粒物质的剪切弹性行为测量](#)

[Measurement of shear elasticity of granular solid](#)

物理学报.2016, 65(12): 124501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.124501>

[基于离散元方法的颗粒材料缓冲性能及影响因素分析](#)

[Buffer capacity of granular materials and its influencing factors based on discrete element method](#)

物理学报.2016, 65(10): 104501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.104501>

[倾斜沙漏流与颗粒休止角研究](#)

[Inclined glass-sand flow and the angle of repose](#)

物理学报.2016, 65(8): 084502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.084502>

[双分散颗粒体系在临界堵塞态的结构特征](#)

[Structural features of critical jammed state in bi-disperse granular systems](#)

物理学报.2016, 65(2): 024502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024502>

ISSN 1000-3290

物理学报

Acta Physica Sinica

2017 年 第 66 卷 第 10 期

[Http://wulixb.iphy.ac.cn](http://wulixb.iphy.ac.cn)

中国物理学会
中国科学院物理研究所
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

物理 学 报

第 66 卷 第 10 期 2017 年 5 月

目 次

总论

- 100201 BaY₂ZnO₅:Tm³⁺/Yb³⁺ 荧光粉的试验优化设计合成及发光性质研究 孙佳石 李香萍 吴金磊 李树伟 石琳琳 徐赛 张金苏 程丽红 陈宝玖
100202 基于石墨烯超表面的宽带电磁诱导透明研究 宁仁霞 鲍婕 焦铮
100501 α 稳定噪声下一类周期势系统的振动共振 焦尚彬 孙迪 刘丁 谢国 吴亚丽 张青
100502 缺陷致非线性电路孤子非对称传输 刘昊华 王少华 李波波 李桦林
100701 星载多角度偏振成像仪非偏通道全视场偏振效应测量及误差分析 钱鸿鹄 孟炳寰 袁银麟 洪津 张苗苗 李双 裴桢炜
100702 基于可调谐半导体激光器吸收光谱的高灵敏度甲烷浓度遥测技术 丁武文 孙利群 衣路英

核物理学

- 102401 高速模型尾迹流场及其电磁散射特性相似性实验研究 马平 石安华 杨益兼 于哲峰 梁世昌 黄洁

原子和分子物理学

- 103101 O₂ 分子 B³Sigma-u- 态势能曲线的从头计算 李晨曦 郭迎春 王兵兵
103102 硼球烯 B₄₀ 在外电场下的基态性质和光谱特性 李世雄 张正平 隆正文 秦水介
103201 采用高信噪比电磁诱导透明谱测定⁸⁵Rb 原子 5D_{5/2} 态的超精细相互作用常数 杨光 王杰 王军民
103601 吸附氢分子的振动态及熵的计算 王小霞 刘鑫 张琼 陈宏善

电磁学、光学、声学、传热学、经典力学和流体动力学

- 104201 相位型三头薛定谔猫态的量子统计属性 林惇庆 朱泽群 王祖俭 徐学翔
104202 808 nm 半导体激光芯片电光转换效率的温度特性机理研究 宋云菲 王贞福 李特 杨国文
104203 毫秒脉冲激光致硅光电二极管电学损伤的有限元分析及实验研究 赵宏宇 王頤 魏智 金光勇
104204 双光子荧光与相干反斯托克斯拉曼散射显微成像技术的实验研究 侯国辉 罗腾 陈秉灵 刘杰 林子扬 陈丹妮 屈军乐
104205 基于光参量放大相位共轭特性的图像修复与增强 王聪 杨晶 潘秀娟 蔡高航 赵巍 张景园 崔大复 彭钦军 许祖彦
104206 1.572 μm 附近 CO₂ 吸收光谱的测量 邵君宜 林兆祥 刘林美 龚威
104207 梯度倾斜相关测量水平 C_n^2 和横向风速廓线的理论与仿真研究 彭哲 靖旭 侯再红 吴毅
104208 微流芯片中消逝波激励的荧光辐射特性研究 储玉飞 张远宪 刘春 普小云

- 104209** 基于大基模体积的10 mJ飞秒钛宝石激光再生放大器 杨帅帅 滕浩 何鹏 黄杭东 王兆华 董全力 魏志义
104401 基于变换热力学的三维任意形状热斗篷设计 夏舸 杨立 寇蔚 杜永成
104501 颗粒固体应力转向比的光弹法探测 宗谨 周志刚 王文广 张晨 林平 石玉仁 厚美瑛
104701 冲击波作用下微米尺度金属颗粒群的动力学行为 赵信文 李欣竹 张航 王学军 宋萍 张汉钊 康强 黄金 吴强
104702 基于三角波瓣混合器的超声速流场精细结构和掺混特性 张冬冬 谭建国 李浩 侯聚微

气体、等离子体和放电物理

- 105201** 飞秒激光烧蚀硅材料表面形成周期波纹形貌研究 李志明 王玺 聂劲松
105202 基于光束参量优化实现直接驱动靶丸均匀辐照 李宏勋 张锐 朱娜 田小程 许党朋 周丹丹 宗兆玉 范孟秋 谢亮华 郑天然 李钊历
105203 准球形电磁内爆动力学研究及能量定标关系浅析 张扬 孙顺凯 丁宁 李正宏 束小建
105204 大气压管板结构纳秒脉冲放电中时域X射线研究 侯兴民 章程 邱锦涛 顾建伟 王瑞雪 邵涛

凝聚物质:结构、力学和热学性质

- 106101** 金属有机物化学气相沉积同质外延GaN薄膜表面形貌的改善 李忠辉 罗伟科 杨乾坤 李亮 周建军 董逊 彭大青 张东国 潘磊 李传皓
106102 分子动力学模拟钠硼硅酸盐玻璃电子辐照诱导的结构演化效应 袁伟 彭海波 杜鑫 律鹏 沈扬皓 赵彦 陈亮 王铁山
106103 掺杂硅纳米梁谐振频率的理论模型及分子动力学模拟 马霞 王静
106401 微重力下Fe-Al-Nb合金液滴的快速凝固机理及其对显微硬度的影响 谷倩倩 阮莹 代富平
106801 各向异性界面动力学与各向异性表面张力的相互作用对定向凝固过程中深胞晶生长的影响 蒋晗 陈明文 王涛 王自东

凝聚物质:电子结构、电学、磁学和光学性质

- 107101** 一种广义三模腔光机械系统的相干完美吸收与透射 张永棠
107102 γ 石墨炔衍生物结构稳定性和电子结构的第一性原理研究 陈献 程梅娟 吴顺情 朱梓忠
107501 基于Jiles-Atherton理论的铁磁材料塑性变形磁化模型修正 刘清友 罗旭 朱海燕 韩一维 刘建勋
107801 小粒径同质/异质壳层结构NaGdF₄:3%Nd³⁺纳米颗粒的近红外发光特性 马文君 由芳田 彭洪尚 黄世华
107802 LiMgPO₄:Tm, Tb的热释光和光释光陷阱参数 郭竞渊 唐强 唐桦明 张纯祥 罗达玲 刘小伟

物理学交叉学科及有关科学技术领域

- 108801** 硅异质结太阳电池的物理机制和优化设计 肖友鹏 王涛 魏秀琴 周浪

地球物理学、天文学和天体物理学

- 109501** 基于生物视觉特征和视觉心理学的视频显著性检测算法 方志明 崔荣一 金璟璇

颗粒固体应力转向比的光弹法探测*

宗谨¹⁾²⁾⁵⁾ 周志刚²⁾³⁾ 王文广²⁾³⁾ 张晨⁴⁾ 林平⁴⁾ 石玉仁¹⁾ 厚美瑛^{2)3)†}

1)(西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

2)(中国科学院物理研究所, 北京 100190)

3)(中国科学院大学物理学院, 北京 100049)

4)(中国科学院近代物理研究所, 兰州 730070)

5)(甘肃民族师范学院物理与水电工程系, 合作 747000)

(2017年1月19日收到; 2017年3月6日收到修改稿)

利用压敏双折射光学特性材料, 实验测量了在自然堆积和密堆积两种制样方式下颗粒仓轴向荷载在仓壁上随深度的分布。发现在填充颗粒总质量相同、容器不变的情况下, 颗粒仓轴向荷载在仓壁上的分布不随颗粒深度单调变化, 而是随深度呈单峰结构, 数值模拟与实验观察定性符合, 并且发现峰值依赖于荷载大小和样品的制备方式。另外, 我们也测量了在不同填充高度下的颗粒底部平均应力随轴向荷载的变化, 将其与边壁应力对比, 得到颗粒体系不同深度处的转向比。

关键词: 颗粒固体, 光弹法, 转向比

PACS: 45.70.-n, 45.70.Cc

DOI: 10.7498/aps.66.104501

1 引言

颗粒物质是由大量离散的固体颗粒所组成的复杂体系, 其广泛存在于我们的日常生活和工业生产中。由于颗粒体系中力的传递和分布问题对工业生产、堤坝、建筑等的稳定性至关重要, 因此, 对颗粒物质的研究近年也引起了物理学家的广泛兴趣^[1–3]。

静态堆积的颗粒物质体系, 颗粒接触点分布的随机性和颗粒间的相互作用力的复杂性和敏感性导致颗粒物质体系中出现了很多异常的特性, 如由点源法制备的颗粒堆底部中心出现压力凹陷^[4–6]、粮仓底部的压力随仓中颗粒堆积的高度趋于饱和(这在液体中不会出现)等现象^[7,8]。对于静态颗粒体系中力的分布特点通过二维光弹颗粒实验可以清楚地展现^[9–12]: 颗粒体系中出现强弱各异的力

链结构, 强力链支撑了体系主要的力, 其分布呈现出各向异性的特点; 而弱力链则在颗粒体系中分布较广泛和均匀。另外, 力在静态堆积的颗粒体系中的传递过程也较为特别^[13], 一些模拟结果表明^[14]: 当颗粒体系受到荷载时, 离受力点近的距离内, 力的传播很像波; 但是在离受力点远的距离内, 力的传播则导致颗粒物质发生形变。当颗粒间的摩擦力和无序度增大, 颗粒体系中力像波一样传播的区域将缩小, 颗粒间的摩擦力和无序度会增强颗粒体系的弹性模量。

对于常见静态颗粒体系如粮仓体系, 仓中颗粒物质的自重会部分地被分到仓壁承担, 并且随着仓中颗粒物质的高度增加到底部直径的2倍以后, 仓底感受到的力会趋于稳定。另外, 对施加于仓顶的荷载在粮仓中的传播以及最后仓底承受到的力的分布的实验^[15], 发现荷载通过颗粒体系传递到仓

* 国家自然科学基金(批准号: 11274354, 11474326, 11565021)、中国科学院空间科学战略性先导科技专项(批准号: XDA04020200)和地震行业科研经费(批准号: 201208011)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: mayhou@iphy.ac.cn

底的力中大于平均力的部分的分布是指数衰减的，在3D光弹颗粒体系中得到同样的结果^[5]，并且进一步的分析发现这和颗粒间的接触角的分布密切相关。Janssen基于应力的分布特点提出模型对粮仓中的现象进行了解释，在Janssen模型中^[7]，假设了颗粒物质的重量按一定比例转向传递到水平方向，并且假设转向比 J 为常数。

本文采用光弹片测量了粮仓边壁法向力随深度的分布以及粮仓底部的力分布，进而获得粮仓的转向比 J 。我们发现 J 并不是常数，而是随颗粒体系的高度而变化的。这说明粮仓体系中的应力张量并非对角化，并且和颗粒的高度相关。

2 实验装置

实验中所用的颗粒仓的内边壁由光弹片组成，外边壁由透光性良好、厚度为8 mm的玻璃板构成。在测量前标定光弹片的光强梯度和压力间的关系，如图1的定标光路示意图。光源采用双激光二极管(LED)面光源组，以45°角对称入射到光弹片表面，光源中心距离光弹片20 cm，光源前端安放起偏片及1/4波片。光弹片水平置于玻璃板上，在光弹片正下方距光弹片31.5 cm处安置数码相机(相机像素 3664×2748)，相机镜头前端安放1/4波片及检偏片，检偏片与起偏片成90°夹角。定标过程中在光弹片上施加一系列逐渐增大的力，由电荷耦合器(CCD)拍摄对应的光斑。图2给出压力 $= 6.7$ N时拍摄到的光斑。将光斑图片进行背景处理后，按(1)式计算^[16]图片中每一个像素点 (i, j) 的光强梯度平方 $G^2(i, j)$ ，如图3所示。

$$\begin{aligned} G^2(i, j) = & \left[\left(\frac{I_{i-1,j} - I_{i+1,j}}{2} \right)^2 + \left(\frac{I_{i,j-1} - I_{i,j+1}}{2} \right)^2 \right. \\ & + \left(\frac{I_{i-1,j+1} - I_{i+1,j-1}}{2\sqrt{2}} \right)^2 \\ & \left. + \left(\frac{I_{i-1,j-1} - I_{i+1,j+1}}{2\sqrt{2}} \right)^2 \right] / 4, \quad (1) \end{aligned}$$

$I(i, j)$ 为像素点的光强，进而按(2)式计算包含整个光斑的区域的平均光强梯度平方：

$$\overline{G^2} = \frac{1}{N} \sum_{x,y} G^2(i, j), \quad (2)$$

其中 N 为区域内像素点的数量。

定标时所截取的包含光斑区域的大小为 160×160 像素。图4得到 $\overline{G^2}$ 与光弹片上受力 F 的

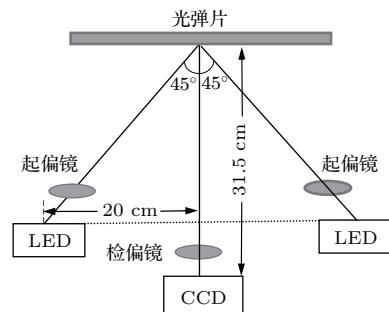


图1 定标实验装置示意图

Fig. 1. Setup for calibration.

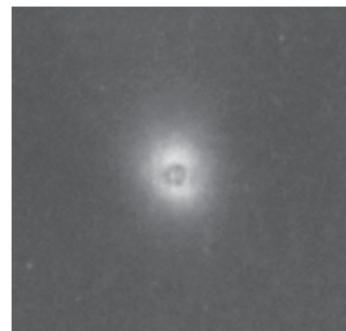


图2 拍摄到的光斑

Fig. 2. The facula shot at the pressed spot.

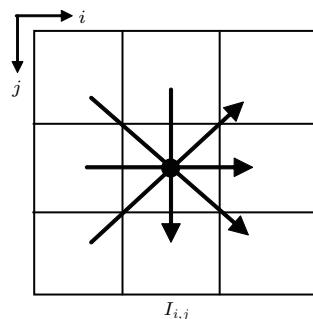


图3 条纹梯度法说明图

Fig. 3. calculation of the gradient of the spot intensity.

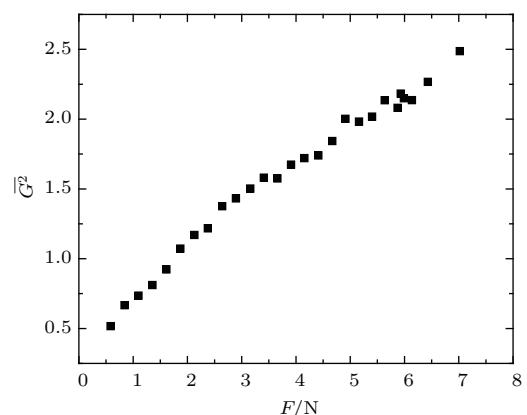


图4 定标曲线

Fig. 4. The calibration of intensity-gradient vs. force.

关系。通过数据点拟合, 近似得到光弹片所受压力与平均光强梯度平方 $\overline{G^2}$ 近似成线性关系:

$$\overline{G^2} = 0.29F + 0.48. \quad (3)$$

3 实验结果

3.1 光弹法测量颗粒仓边壁的正压力

实际测量颗粒仓边壁上的压力分布时, 我们选用与定标实验中完全相同的光源、相机, 并且保持光源、相机的位置和定标实验中相同, 如图 5 所示。颗粒仓尺寸为 $6.4 \text{ cm} \times 7.4 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ 。对于制备好的样品, 先拍未受轴向压时的背景照, 然后在颗粒顶部水平放置一厚度为 1 mm 硬铝板(与四壁各有 0.5 mm 间距)用来加轴向压力(逐次增加砝码), 每次加力均拍摄一次, 截取被测面区域 $3620 \text{ 像素} \times 1160 \text{ 像素}$ ($1 \text{ mm} \approx 19 \text{ 个像素点}$), 由单位面积内压敏条纹的平均光强梯度平方来计算侧壁的法向压力。

实验测量了直径为 4 mm 的玻璃珠(颗粒总质量 1722 g , 密度 2.47 g/cm^3)在自然堆积和密集堆积情况下, 当颗粒样品轴向施加载荷时($25\text{--}320 \text{ N}$)在容器边壁上的法向压力。每张照片在图像处理时都用未加载时的图片去除背景, 从而测量出所加载荷在边壁上的应力分布情况。

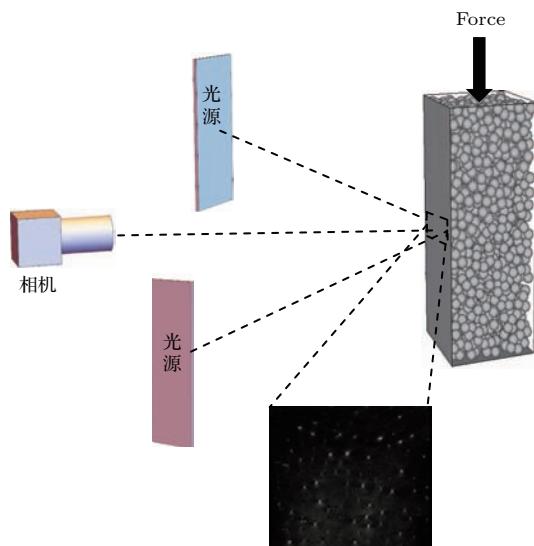


图 5 边壁应力测量装置示意图

Fig. 5. Schematic of the experimental measurement.

通过(1)式计算出每个像素点的 $\overline{G^2}$, 我们在轴向每 5 mm ($\approx 95 \text{ 像素}$) 对应的 $\overline{G^2}$ 值求和平均, 作为该深度处的 $\overline{G^2}$, 再由(3)式得到边壁在该深度处

的平均应力, 深度零点选为颗粒堆上表面。分别得到颗粒在自然堆积及密集堆积时边壁应力随深度的变化关系。自然堆积是指采用点源法制备的颗粒堆, 即通过一固定高度的漏斗将颗粒注入到颗粒仓中, 漏斗出料口距离颗粒仓底部 23.9 cm , 颗粒的堆积高度为 23.1 cm , 体积分数为 0.61 。制备好的样品在颗粒顶部施加轴向荷载。

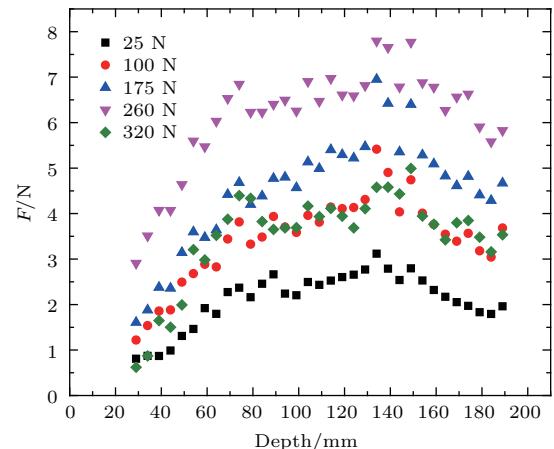


图 6 (网刊彩色) 自然堆积法边壁法向力与深度关系

Fig. 6. (color online) The normal force at the wall at different height when the sample is prepared by “point-source” method.

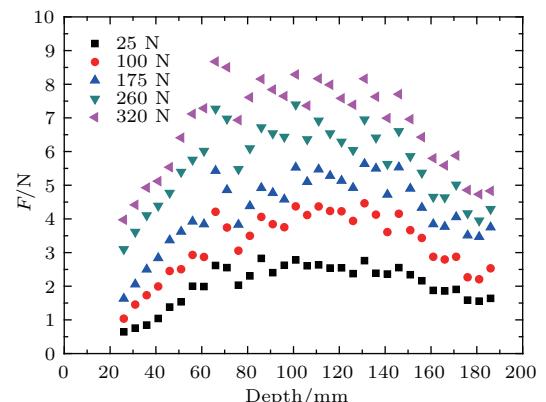


图 7 (网刊彩色) 密集堆积时边壁法向力与深度关系

Fig. 7. (color online) The normal force at the wall at different height when the sample is tapped dense after prepared by “point-source” method.

图 6 显示在自然堆积情况下颗粒堆受轴向荷载时边壁的法向力随深度的变化, 发现边壁法向力不随深度单调增加, 成单峰结构。侧壁中部受力要大于上部和下部。同时荷载对边壁的压力并不是随着荷载的增加而增加, 当荷载增加到 260 N 时, 再增加荷载, 荷载对边壁的压力整体会减小, 原因可能是由少数颗粒组成的强力链在较大荷载的作用下断裂重构, 一部分力传递到底部。

密集堆积是在点源法堆积制备样品的基础上, 颗粒顶部施加 60 N 的荷载, 通过敲击颗粒仓金属侧壁使其密实, 然后撤去荷载等待 10 min, 制得样品高度 22.8 cm, 体积分数 0.64. 轴向荷载通过铝片加载到样品顶部, 得到图 7 所示不同荷载下边壁应力随深度的变化关系, 可以看出轴向荷载通过颗粒对边壁施加的法向压力同样随深度成单峰结构, 侧壁中部受力要大于上部和下部, 但是此时边壁的法向力随荷载的增加而增加, 说明体积分数较大的颗粒体系其强力链较为稳定, 不容易被破坏.

我们可以看到, 无论是自然堆积还是密集堆积, 所加载较小时, 侧壁中部受力与下部受力差别较小, 随着荷载的增加, 中间部分受力的增幅较上部和下部要大. 自然堆积和密集堆积的差异还在于密集堆积颗粒体的刚度较大, 能承载的应力较大, 在我们加载的荷载范围内侧壁应力呈单调上升, 而自然堆积体系则在荷载加到 260 N 附近侧壁应力达到最大.

我们知道颗粒自重随深度增加, 由于 Janssen 效应, 侧壁的支撑使得底面示重会线性增加至一个小于实重的饱和值. 非单调侧壁力分布表明, 顶部施加的轴向荷载起到了重要的作用, 轴向荷载随深度增加引起的底部轴向应力 σ_{zz} 以及侧壁法向应力 σ_{xx} 与自重的影响趋势相反, 随深度增加会减小. 自重与荷载压力随深度变化的相反趋势是侧壁应力非单调分布的主要影响因素.

相同质量的颗粒在密集堆积时, 轴向荷载对边壁的压力要大于自然堆积时对边壁的压力, 边壁应力与颗粒体系的体积分数有关, 随着体积分数的增加, 边壁应力也会增加.

为验证所观察到的侧壁应力的非单调分布, 我们进行了分子动力学数值模拟. 模拟是使用运行在 GPU 上的 DEM 代码 [17,18] 完成的, 在该代码所用的模型中, 颗粒之间的作用力由 Hertz 模型给出 [19,20]:

$$\delta_{ij} = d - r_{ij}, \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_{nij} = (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij}) \mathbf{n}_{ij}, \quad (5)$$

$$\mathbf{v}_{tij} = \mathbf{v}_{ij} - \mathbf{v}_{nij} - \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_j) \times \mathbf{r}_{ij}, \quad (6)$$

其中 r 为小球半径, d 为两小球球心间距, δ_{ij} 为两个小球的重叠量, ω 为角速度, $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, $\mathbf{n}_{ij} = \mathbf{r}_{ij}/r_{ij}$, $r_{ij} = |\mathbf{r}_{ij}|$, $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j$. 颗粒间的法向和

切向接触力分别为

$$\mathbf{F}_{nij} = f(\delta_{ij}/d)(k_n \delta_{ij} \mathbf{n}_{ij} - \gamma_n m_{\text{eff}} \mathbf{v}_{nij}), \quad (7)$$

$$\mathbf{F}_{tij} = f(\delta_{ij}/d)(-k_t \mathbf{u}_{tij} - \gamma_t m_{\text{eff}} \mathbf{v}_{tij}), \quad (8)$$

\mathbf{n}_{ij} 是颗粒间位置矢量 \mathbf{r}_{ij} 的单位向量; m_{eff} 为两接触颗粒的等效质量; $k_{n,t}$ 为弹性系数; $r_{n,t}$ 为阻尼系数; \mathbf{v}_{nij} 是法向相对速度; \mathbf{v}_{tij} 是切向相对速度. 采用库仑条件 $|\mathbf{F}_{tij}| \leq u_s |\mathbf{F}_{nij}|$ 对 \mathbf{F}_{tij} 做了截断, 其中 u_s 是颗粒间摩擦系数. 颗粒在重力场中的运动方程为

$$\mathbf{F}_i^{\text{tot}} = m_i \mathbf{g} + \sum_j (\mathbf{F}_{nij} + \mathbf{F}_{tij}), \quad (9)$$

$$\tau_i^{\text{tot}} = -\frac{1}{2} \sum_j (\mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{F}_{tij}). \quad (10)$$

采用 Velocity-Verlet 方法 [21] 求解该方程组, 实现模拟. 模拟中, 颗粒采用直径为 1 mm 的钢球, 粮仓为圆筒形, 直径为 30 mm, 高 250 mm, 在顶部施加 45 N 的荷载. 单一粒径的钢球以一个比较小的体积比 (0.2) 在三维的谷仓中生成, 然后在重力的作用下堆积, 直到体系的总能量足够小到可以认为是稳定体系. 随后计算颗粒之间以及颗粒与器壁之间的作用力. 模拟所得侧壁法向应力 σ_{xx} 随颗粒深度的变化如图 8 所示, 与实验所得图像变化趋势定性相同.

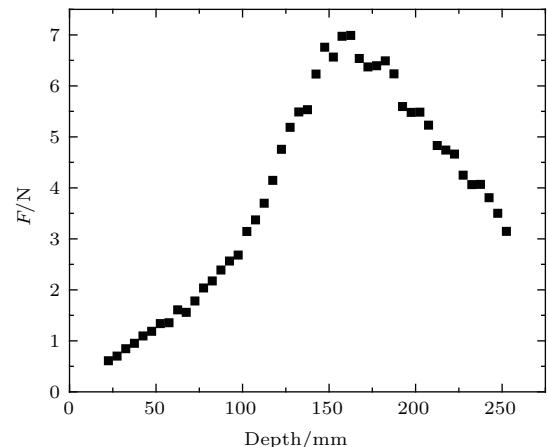


图 8 边壁压力随颗粒深度变化的模拟结果

Fig. 8. The simulated normal force at the side wall at different height.

3.2 颗粒仓底部压力测量

为了测量粮仓底部的压力, 在文献 [7, 22] 中是采用类似天平的装置直接称量的方法. 如图 9, 我们将一尺寸为 6.4 cm × 7.4 cm × 25 cm 的长方体粮仓

固定在钢架上, 粮仓底部和边壁分离, 底部用一厚度为 1 mm 的硬铝片, 铝片四周与仓壁各有 0.5 mm 的间隙, 通过一圆柱体将颗粒视在质量传递到精度为 0.1 g, 量程为 30 kg 的电子秤上, 选用颗粒直径 4 mm 的玻璃珠. 颗粒顶部水平放置与底部相同的铝片, 用来加载荷载. 由于每次加载颗粒或增加荷载, 电子秤示数都会有一定的波动, 所以测量时每次读数均为电子秤达到稳定时的示数.

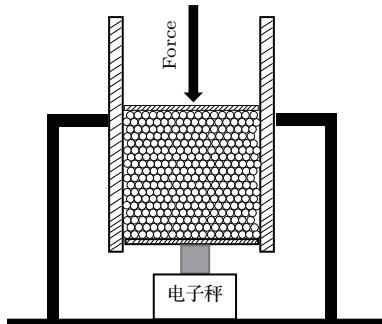


图 9 底部压力测量装置示意图

Fig. 9. Schematic of the sample weight measurement by balance.

3.2.1 底部示重随颗粒高度的变化

测量粮仓底部示重的实验是采用点源法制备颗粒样品: 将颗粒注入到漏斗中, 漏斗口距离颗粒仓底部 239 mm, 漏斗口直径 20 mm, 漏斗口处于颗粒仓竖直方向正上方的中心位置, 颗粒物质通过漏斗口注入颗粒仓. 记录颗粒高度、颗粒实重及颗粒仓底部受力的数据, 实验结果见图 1, 黑点为所添加颗粒的实际重量, 红点为测量到的示重. 从图 10 可以看出, 颗粒仓底部示重出现了饱和趋势.

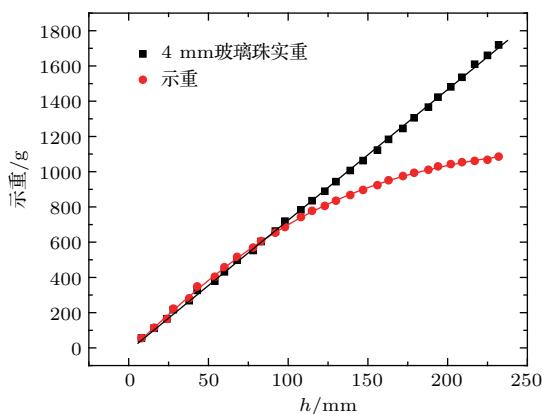


图 10 底部示重随颗粒高度变化

Fig. 10. The apparent weight measured as a function of height.

我们采用 Janssen 公式 [22] 对颗粒仓底部示重数据点进行拟合,

$$\sigma_{zz} = \frac{\rho g D}{4\mu J} \left[1 - \exp \left(-\frac{4\mu J z}{D} \right) \right] + Q \exp \left(-\frac{4\mu J z}{D} \right), \quad (11)$$

其中 g 为重力加速度, ρ 为颗粒质量密度, D 为颗粒仓直径, μ 为颗粒与仓壁的摩擦因数, J 为转向比, Z 为颗粒深度, Q 为粮仓轴向荷载. 在图 10 中取 $Q = 0$, 可拟合得到红色实线(示重曲线), 根据实验参数和拟合公式可计算出 $\mu J = 0.1$ (μ 为颗粒与仓壁的摩擦因数, J 为转向比). 这和文献 [7, 22] 中被假设成常数的值相比稍微偏小, 近些年的实验结果 [23, 24] 发现 μJ 并不是材料的参数, 受粮仓边壁的变形, 粮仓壁摩擦是否被充分动员等因素的影响.

3.2.2 底部示重随所加荷载变化

为测量轴向压 σ_{zz} , 利用测量密集堆积边壁应力随深度变化时相同的制样方式敲击颗粒仓金属壁使颗粒密实, 在样品顶部水平放置一厚度为 1 mm, 四周与仓壁间距 0.5 mm 的硬铝片, 在铝片上施加轴向荷载, 测量底部示重随荷载的变化, 为了研究顶部荷载传递到底部的示重, 在处理数据时, 对每个数据点都减去了无荷载时颗粒体系本身所产生的示重. 实验中不同高度的颗粒都是将颗粒仓中已有颗粒全部倒出后重新制样, 得到的实验结果见图 11.

不论颗粒堆积高度为多少, 底部示重随荷载都按线性关系变化, 但是不同的颗粒堆积高度, 示重随荷载变化的斜率不同. 底部示重随荷载变化的斜率随颗粒高度按负指数形式变化, 根据 Janssen 公式 (11), 当颗粒高度一定, 底部示重随轴向荷载按线性关系变化, 其线性变化的斜率为

$$K = \exp(-4\mu J z / D). \quad (12)$$

采用 (12) 式拟合所得曲线见图 11 中的插图. 从插图中可以看出, 颗粒高度越大, 斜率越小, 也就是说相同的荷载, 若颗粒仓中的颗粒高度越大, 其荷载本身传递到底部的压力将越小. 当颗粒深度一定时, 在颗粒顶部施加轴向荷载 Q , 底部压力随荷载线性变化的斜率满足 $K = \exp(-4\mu J z / D)$. 根据实验参数和 (12) 式我们计算出此种情况下的 $\mu J = 0.11$.

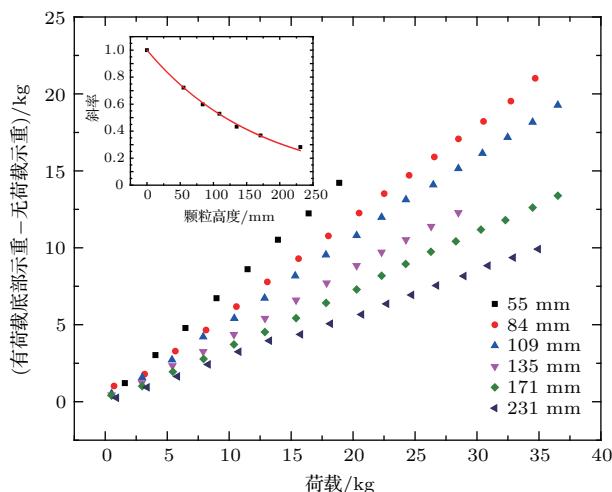


图 11 (网刊彩色) 减去无荷载示重的底部示重随轴向荷载变化曲线(插图为减去无荷载示重的底部示重随荷载变化的斜率和颗粒高度的关系)

Fig. 11. (color online) The apparent weight vs. the load for different filling heights. Inset: The slope of the weight against the load as a function of the filling height.

4 转向比

利用光弹法, 我们测量了密堆积颗粒体系在轴向荷载下任一高度处对颗粒仓边壁的压力, 将所测边壁应力除以所对应面积作为该深度处侧壁的平均压强 σ_{xx} (对应某一高度处的面积为 $0.5\text{ cm} \times 7.4\text{ cm}$); 直接测量颗粒体系内部任意深度处的应力而对体系产生影响是不容易的, 这里我们根据上述测量轴向荷载在不同高度颗粒体系底部的压力结果和Janssen公式符合, 在假设Janssen公式对颗粒体系内部应力也适用时, 结合实验中的参数和Janssen公式可以推算得到颗粒密堆积时任一深度处底部应力随荷载变化的斜率, 再乘以对应轴向荷载作为该深度处的轴向力, 假设同一个水平面内轴向力的分布是均匀的, 将计算所得轴向应力除以面积($7.4\text{ cm} \times 6.4\text{ cm}$)作为该深度处的压强 σ_{zz} , 根据转向比的定义 $J = \sigma_{xx}/\sigma_{zz}$, 便可计算出不同荷载作用下不同深度处的转向比。由于靠近边壁处颗粒的排布和颗粒体系内部颗粒间的接触结构往往不同, 这里获得任意深度处的轴向应力的方法还比较粗略, 通过在边壁上固定一层颗粒作为边壁, 这样在一定程度上能使颗粒体系内部的颗粒接触特点和在边壁上的类似。

图 12 给出了实验得到的转向比, 可以看出, 对于密堆积颗粒体系中轴向荷载沿深度的分布并不

是均匀的, 转向比不是一个常数, 随深度呈现出单峰结构。荷载较小时, 同一深度处的转向比随荷载的增大而减小, 当荷载超过 150 N 时, 转向比受荷载影响较小。

在上述讨论颗粒仓底部应力随颗粒高度以及轴向荷载变化时也提到, μJ 是和装置、颗粒样品制备历史等都相关, 所以图 12 中计算 J 仍有这些因素的影响, 只能通过更精细的实验进一步改进实验结果的精度。

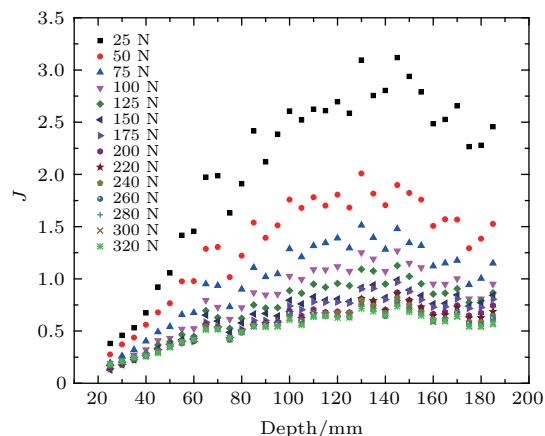


图 12 (网刊彩色) 转向比随深度变化

Fig. 12. (color online) Janssen ratio vs. depth.

5 结 论

通过光弹实验和数值模拟, 研究了轴向荷载在颗粒仓边壁上随颗粒深度的分布。我们发现随着深度的增加, 仓壁上力的分布呈单峰结构, 并且峰值的大小与荷载、样品的体积分数等因素相关。在相同轴向荷载条件下, 密堆积颗粒体系边壁上的力比自然堆积的大。在相同堆积颗粒体系中, 轴向荷载在颗粒仓边壁中部附近的增幅随轴向荷载的增加比仓壁底部的增幅要大, 颗粒仓最容易出现破坏的位置在中部而不是仓体的底部。在颗粒填充量一定时, 颗粒仓底部受力随荷载的增加呈线性增加, 其斜率随颗粒高度的增加按负指数形式衰减。另外, 轴向荷载作用下颗粒仓中的转向比并不是一个常数, 其值与颗粒深度及荷载大小等因素有关。

参考文献

- [1] Jaeger H M, Nagel S R, Behringer R P 1996 *Rev. Mod. Phys.* **68** 1259
- [2] de Gennes P G 1992 *Rev. Mod. Phys.* **64** 645

- [3] Liu A J, Nagel S R 1998 *Nature* **396** 21
- [4] Zuriguel I, Mullin T, Arévalo R 2008 *Phys. Rev. E* **77** 1006
- [5] Liu C H, Nagel S R, Schechter D A, Coppersmith S N, Majumdar S, Narayan O, Witten T 1995 *Science* **269** 513
- [6] Geng J, Longhi E, Behringer R P, Howell D W 2002 *Phys. Rev. E* **64** 060301
- [7] Janssen H A 1896 *Civ. Inst. Eng. Proc.* **124** 553
- [8] Sperl M 2006 *Granular Matter* **8** 59
- [9] Vitelli V, van Hecke M 2011 *Nature* **480** 325
- [10] Bi D P, Zhang J, Chakraborty B, Behringer R P 2011 *Nature* **480** 355
- [11] Wambaugh J F, Hartley R R, Behringer R P 2010 *Eur. Phys. J. E* **32** 135
- [12] Hartley R R, Behringer R P 2003 *Nature* **421** 928
- [13] Luding S 2005 *Nature* **435** 159
- [14] Goldenberg C, Goldhirsch I 2005 *Nature* **435** 188
- [15] Corwin E I, Jaeger H M, Nagel S R 2005 *Nature* **435** 1075
- [16] Hartley R R 2003 *Ph. D. Dissertation* (USA: Duke University)
- [17] Tian Y, Qi J, Lai J, Zhou Q 2013 *International Joint Conference on IEEE* Nov. 2–4, 2013 p547
- [18] Qi J, Li K C, Jiang H, Zhou Q, Yang L 2015 *Int. J. Comput. Sci. Engineer.* **11** p330
- [19] Silbert L E, Ertas D, Grest G S, Halsey T C, Levine D 2002 *Phys. Rev. E* **65** 031304
- [20] Silbert L E, Ertas D, Grest G S, Halsey T C, Levine D, Plimpton S J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 051302
- [21] Allen M P, Tildesley D J 1989 *Computer Simulation of Liquids* (Oxford: Oxford University Press)
- [22] Sperl M 2006 *Granular Matter* **8** 59
- [23] Li Z F, Peng Z, Jiang Y M 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 104503 (in Chinese) [李智峰, 彭政, 蒋亦民 2014 物理学报 **63** 104503]
- [24] Jiang Y M, Zheng H P 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7360 (in Chinese) [蒋亦民, 郑鹤鹏 2008 物理学报 **57** 7360]

Janssen ratio in granular solid measured by photoelastic method*

Zong Jin¹⁾²⁾⁵⁾ Zhou Zhi-Gang²⁾³⁾ Wang Wen-Guang²⁾³⁾ Zhang Sheng⁴⁾ Lin Ping⁴⁾
Shi Yu-Ren¹⁾ Hou Mei-Ying^{2)3)†}

1) (Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

2) (Key Laboratory of Soft Matter Physics, Beijing National Laboratory for Condense Matter Physics, Institute of Physics,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

3) (College of Physics, University of Chinese Academic of Sciences, Beijing 100049, China)

4) (Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730070, China)

5) (College of Physics and Hydropower Engineering, Gansu Normal University For Nationalities, Hezuo 747000, China)

(Received 19 January 2017; revised manuscript received 6 March 2017)

Abstract

In this work Janssen ratio is measured in a dense granular pack. The pressure on the side walls as a function of the depth of the pack with top load under gravity is measured by photoelastic method. The samples are prepared by “point source” method with and without tapping. A non-monotonic distribution of the side pressure along the depth is found. Numerical simulation is performed and shows qualitative consistency with the experimental finding. The apparent weight of the sample is measured for different filling heights and for different top loads. Comparing with the normal stresses on the silo wall for different heights, we obtain the Janssen ratio $J = \sigma_{xx}/\sigma_{zz}$ as a function of height. We find that although $uJ = 0.11$ is a constant as is expected, the Janssen Ratio is height dependent. It becomes height independent only when the top load is large enough.

Keywords: granular solid, photoelastic method, Janssen ratio

PACS: 45.70.-n, 45.70.Cc

DOI: 10.7498/aps.66.104501

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11274354, 11474326, 11565021), the “Strategic Priority Research Program-SJ-10” of the Chinese Academy of Sciences (Grant No. XDA04020200), and the Special Fund for Earthquake Research of China (Grant No. 201208011).

† Corresponding author. E-mail: mayhou@iphy.ac.cn

ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 66, No. 10, May 2017

CONTENTS

GENERAL

- 100201 **Experimental optimal design on BaY₂ZnO₅: Tm³⁺/Yb³⁺ phosphor and its up-conversion luminescence property**
Sun Jia-Shi Li Xiang-Ping Wu Jin-Lei Li Shu-Wei Shi Lin-Lin Xu Sai Zhang Jin-Su Cheng Li-Hong Chen Bao-Jiu
- 100202 **Wide band electromagnetically induced transparency in graphene metasurface of composite structure**
Ning Ren-Xia Bao Jie Jiao Zheng
- 100501 **Vibrational resonance in a periodic potential system with α stable noise**
Jiao Shang-Bin Sun Di Liu Ding Xie Guo Wu Ya-Li Zhang Qing
- 100502 **Defect induced asymmetric soliton transmission in the nonlinear circuit**
Liu Hao-Hua Wang Shao-Hua Li Bo-Bo Li Hua-Lin
- 100701 **Full field of view polarization effect measurement and error analysis of non-polarized channels of spaceborne directional polarimetric camera**
Qian Hong-Hu Meng Bing-Huan Yuan Yin-Lin Hong Jin Zhang Miao-Miao Li Shuang Qiu Zhen-Wei
- 100702 **High sensitive scheme for methane remote sensor based on tunable diode laser absorption spectroscopy**
Ding Wu-Wen Sun Li-Qun Yi Lu-Ying

NUCLEAR PHYSICS

- 102401 **Experiment on similarity between wake flow field and electromagnetic scattering characteristic of the hypersonic model**
Ma Ping Shi An-Hua Yang Yi-Jian Yu Zhe-Feng Liang Shi-Chang Huang Jie

ATOMIC AND MOLECULAR PHYSICS

- 103101 ***Ab initio* calculation of the potential curve of B³ Σ_u^- state of O₂**
Li Chen-Xi Guo Ying-Chun Wang Bing-Bing
- 103102 **Ground state properties and spectral properties of borospherene B₄₀ under different external electric fields**
Li Shi-Xiong Zhang Zheng-Ping Long Zheng-Wen Qin Shui-Jie
- 103201 **Determination of the hyperfine coupling constants of the 5D_{5/2} state of ⁸⁵Rb atoms by using high signal-to-noise ratio electromagnetically-induced transparency spectra**
Yang Guang Wang Jie Wang Jun-Min
- 103601 **Vibration states and entropy of adsorbed hydrogen molecules**
Wang Xiao-Xia Liu Xin Zhang Qiong Chen Hong-Shan

(Continued)

**ELECTROMAGNETISM, OPTICS, ACOUSTICS, HEAT TRANSFER,
CLASSICAL MECHANICS, AND FLUID DYNAMICS**

- 104201 **Quantum statistical properties of phase-type three-headed Schrodinger cat state**
Lin Dun-Qing Zhu Ze-Qun Wang Zu-Jian Xu Xue-Xiang
- 104202 **Efficiency analysis of 808 nm laser diode array under different operating temperatures**
Song Yun-Fei Wang Zhen-Fu Li Te Yang Guo-Wen
- 104203 **Finite element analysis and experimental study on electrical damage of silicon photodiode induced by millisecond pulse laser**
Zhao Hong-Yu Wang Di Wei Zhi Jin Guang-Yong
- 104204 **Experimental study on two-photon fluorescence and coherent anti-Stokes Raman scattering microscopy**
Hou Guo-Hui Luo Teng Chen Bing-Ling Liu Jie Lin Zi-Yang Chen Dan-Ni Qu Jun-Le
- 104205 **Image restoration and enhancement based on phase conjugation of optical parametric amplification**
*Wang Cong Yang Jing Pan Xiu-Juan Cai Gao-Hang Zhao Wei Zhang Jing-Yuan
Cui Da-Fu Peng Qin-Jun Xu Zu-Yan*
- 104206 **Measurement of absorption spectrum around 1.572 μm**
Shao Jun-Yi Lin Zhao-Xiang Liu Lin-Mei Gong Wei
- 104207 **Simulation research and theoretical study on measurement of atmospheric optical turbulence and wind profile using the correlation of gradient-tilt**
Peng Zhe Jing Xu Hou Zai-Hong Wu Yi
- 104208 **Fluorescence radiation characteristics based on evanescent wave pumping in a microfluidic chip**
Chu Yu-Fei Zhang Yuan-Xian Liu Chun Pu Xiao-Yun
- 104209 **10 mJ femtosecond Ti:Sapphire regenerative amplifier with large mode size**
*Yang Shuai-Shuai Teng Hao He Peng Huang Hang-Dong Wang Zhao-Hua Dong Quan-Li
Wei Zhi-Yi*
- 104401 **Design and research of three-dimensional thermal cloak with arbitrary shape based on the transformation thermodynamics**
Xia Ge Yang Li Kou Wei Du Yong-Cheng
- 104501 **Janssen ratio in granular solid measured by photoelastic method**
*Zong Jin Zhou Zhi-Gang Wang Wen-Guang Zhang Sheng Lin Ping Shi Yu-Ren
Hou Mei-Ying*
- 104701 **Dynamical behaviors of Sn micro-sphere particles under shock wave action**
*Zhao Xin-Wen Li Xin-Zhu Zhang Hang Wang Xue-Jun Song Ping Zhang Han-Zhao
Kang Qiang Huang Jin Wu Qiang*
- 104702 **Fine flow structure and mixing characteristic in supersonic flow induced by a lobed mixer**
Zhang Dong-Dong Tan Jian-Guo Li Hao Hou Ju-Wei

(Continued)

PHYSICS OF GASES, PLASMAS, AND ELECTRIC DISCHARGES

- 105201 **Formation of periodic ripples on silicon surface ablated by femtosecond laser**
Li Zhi-Ming Wang Xi Nie Jin-Song
- 105202 **Uniform irradiation of a direct drive target by optimizing the beam parameters**
Li Hong-Xun Zhang Rui Zhu Na Tian Xiao-Cheng Xu Dang-Peng Zhou Dan-Dan Zong Zhao-Yu Fan Meng-Qiu Xie Liang-Hua Zheng Tian-Ran Li Zhao-Li
- 105203 **Basic dynamic and scale study of quasi-spherical Z-pinch implosion**
Zhang Yang Sun Shun-Kai Ding Ning Li Zheng-Hong Shu Xiao-Jian
- 105204 **Properties of temporal X-ray in nanosecond-pulse discharges with a tube-to-plane gap at atmospheric pressure**
Hou Xing-Min Zhang Cheng Qiu Jin-Tao Gu Jian-Wei Wang Rui-Xue Shao Tao

CONDENSED MATTER: STRUCTURAL, MECHANICAL, AND THERMAL PROPERTIES

- 106101 **Surface morphology improvement of homoepitaxial GaN grown on free-standing GaN substrate by metalorganic chemical vapor deposition**
Li Zhong-Hui Luo Wei-Ke Yang Qian-Kun Li Liang Zhou Jian-Jun Dong Xun Peng Da-Qing Zhang Dong-Guo Pan Lei Li Chuan-Hao
- 106102 **Structure evalution of electron irradiated borosilicate glass simluated by molecular dynamics**
Yuan Wei Peng Hai-Bo Du Xin Lü Peng Shen Yang-Hao Zhao Yan Chen Liang Wang Tie-Shan
- 106103 **Study on resonance frequency of doping silicon nano-beam by theoretical model and molecular dynamics simulation**
Ma Xia Wang Jing
- 106401 **Rapid solidification mechanism of Fe-Al-Nb alloy droplet and its influence on micro-hardness under microgravity condition**
Gu Qian-Qian Ruan Ying Dai Fu-Ping
- 106801 **Effects of anisotropic interface kinetics and surface tension on deep cellular crystal growth in directional solidification**
Jiang Han Chen Ming-Wen Wang Tao Wang Zi-Dong

CONDENSED MATTER: ELECTRONIC STRUCTURE, ELECTRICAL, MAGNETIC, AND OPTICAL PROPERTIES

- 107101 **Coherent perfect absorption and transmission of a generalized three-mode cavity optico-mechanical system**
Zhang Yong-Tang
- 107102 **First-principle study of structure stability and electronic structures of γ graphyne derivatives**
Chen Xian Cheng Mei-Juan Wu Shun-Qing Zhu Zi-Zhong
- 107501 **Modeling plastic deformation effect on the hysteresis loops of ferromagnetic materials based on modified Jiles-Atherton model**
Liu Qing-You Luo Xu Zhu Hai-Yan Han Yi-Wei Liu Jian-Xun

(Continued)

107801 Near-infrared luminescence properties of small-sized homogeneous/heterogeneous core/shell structured NaGdF₄:Nd³⁺ nanoparticles

Ma Wen-Jun You Fang-Tian Peng Hong-Shang Huang Shi-Hua

107802 Thermoluminescence and optical stimulated luminescence trap parameters of LiMgPO₄:Tm, Tb

Guo Jing-Yuan Tang Qiang Tang Hua-Ming Zhang Chun-Xiang Luo Da-Ling Liu Xiao-Wei

INTERDISCIPLINARY PHYSICS AND RELATED AREAS OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

108801 Physical mechanism and optimal design of silicon heterojunction solar cells

Xiao You-Peng Wang Tao Wei Xiu-Qin Zhou Lang

GEOPHYSICS, ASTRONOMY, AND ASTROPHYSICS

109501 Video saliency detection algorithm based on biological visual feature and visual psychology theory

Fang Zhi-Ming Cui Rong-Yi Jin Jing-Xuan

公 告

为实现录用稿件的提前在线全文出版,我刊采用单篇论文给定编码的目录方案,编码的设定规则是:期号+文章第一个PACS代码的前两位数字+序号(按同一类代码文章录用时间的先后排序).

《物理学报》已加入“中国知网”优先数字出版,录用文章将先于印刷版期刊在中国知网 www.cnki.net 在线优先发布,如果作者不愿优先出版可在版权协议里补充说明,如无补充说明,编辑部将视为同意授权.

《物理学报》编辑部

物理 学 报 (WULI XUEBAO)

(半月刊, 1933 年创刊)

2017 年 5 月 第 66 卷 第 10 期

版 权 所 有

ACTA PHYSICA SINICA

(Semimonthly, First Published in 1933)

Vol. 66 No. 10 May 2017

© 2017 Chinese Physical Society

编 辑 出 版 物 理 学 报 编 辑 部
(北京 603 信箱 邮政编码 100190)

主 编 欧 阳 钟 灿

主 管 中 国 科 学 院

主 办 中 国 物 理 学 会

中国科学院物理研究所
(北京 603 信箱 邮政编码 100190)

印 刷 装 订 北京科信印刷有限公司

总 发 行 处 北京报刊发行局

订 购 处 全国各邮电局

国外总发行处 中国国际图书贸易总公司
(北京 399 信箱 邮政编码 100044)

广告经营许可证 京海工商广字第 0335 号

Edited by the Editorial Office of
ACTA PHYSICA SINICA
Editor-in-Chief: Ouyang Zhong-Can
Published by Chinese Physical Society
and Institute of Physics,
Chinese Academy of Sciences
Distributed by China International
Book Trading Corporation
P.O. Box 399, Beijing 100044, China
Editorial Office:
P.O. Box 603, Beijing 100190, China
E-mail: apsoffice@iphy.ac.cn
<http://wulixb.iphy.ac.cn>

ISSN 1000-3290

国内邮发代号: 2-425

国内统一刊号: CN11-1958/O4

国外发行代号: M52 定价: 120 元

公 开 发 行