

## 堵塞的颗粒

由大量被“锁死”在各自位置上的颗粒组成的集合体的一些特性促使物理学家们去探寻描述颗粒随机堆积过程的普适规律。

砂岩、蛋黄酱、剃须膏和冻豆子，这些看似毫无关联的东西拥有一个共同的特点：它们都是堵塞态物质，一种随机堆积的颗粒集合体。蛋黄酱是由悬浮于水中的油滴组成的，砂岩由大量砂砾组成，而剃须膏则是泡沫的集合体。在课堂上我们都学到物质有三种基本状态：固态、液态和和气态。但是当颗粒足够密集地堆积在一起，每个颗粒与邻近颗粒互相紧密接触并能阻止流动发生时，一种新的态——堵塞态产生了。描述玻璃态系统的非平衡态物理可用于理解对热扰动起主要作用的小颗粒体系，然而对热扰动不敏感的宏观颗粒体系，堵塞态转变的物理规律仍是个谜，这是目前物理学家和工程师广泛关注的热点问题之一。

所谓的堵塞态物质随处可见，比如杯子里盛的砂糖就可看成是一种堵塞态物质。当堆积的颗粒密度大到密堆颗粒能够支撑其自身的重量和抵抗剪切作用时，堵塞就会出现。在应力大于系统的屈服应力时，系统会松动，颗粒开始流动，系统不再处于堵塞状态。堵塞态转变的内在本质不仅取决于颗粒的软、硬、光滑或粗糙等性质，还由堆积的方法所决定，比如重力沉积和各向同性挤压下的颗粒堆积结构就不相同<sup>[1]</sup>。虽然如此，实验结果显示，大小相同的硬球，无论是玻璃球、滚珠轴承还是绿豆，在振动下的密堆体积分数最密都能达到64%左右，结果的一致性促使人们使用一个新名词“随机密堆”（RCP）来描述这种新现象。虽然至今使用第一性原理仍不能解释随机密堆如何形成，但这个现象却预示着应该存在一个普适的原理描述随机排列颗粒的内在机理。

颗粒的性质会影响堆积的紧密度。实验和数值模拟发现，可形变的球体要比规则球形钢球堆积得更紧密，达到堵塞态的阈值会高于64%，而形状各异的粗糙颗粒的堵塞阈值则低于64%。为了研究不同类型颗粒的几何特性，科学家测量了密堆中每个颗粒的具体物理性质，例如局域颗粒密度或颗粒与周围颗粒的接触数。这些局域特性的统计性质可用于区分堆积特性，例如颗粒的接触数可用于评估系统的密堆程度，以此找到隐藏于共性之后的一些物理规律，解释为什么不同的实验能产生相近的密堆分数。

研究堵塞态物质的一个重大挑战在于很难观测到堆积体的内部。50年前，最初的研究者<sup>[2]</sup>为了弄清堵塞态物质的内部结构，将滚珠轴承一个个地挑拣出来，并徒手记录下它们的位置和接触关系。如今，类似的研究已可采用X射线断层摄影和核磁共振成像技术，加上精密的图像分析手段。为了观察乳化液滴、凝胶和糊状物中微米量级颗粒的堆积方式，纽约大学Clusel等<sup>[3]</sup>使用可见光波段的显微成像技术，通过适当匹配

颗粒和溶液的折射率，整个堆积体可以变得相对透明。同时他们使用荧光染料，在共焦显微镜下观察每个微小的颗粒单元。图1就是他们观察到的三维堆积结构。目前，他们可以在1分钟内探测1000个颗粒。也就是说，使用一般的台式机，在1小时之内就可以分析1个普通堆积体的几何堆积模式，并同时得到接触颗粒数和颗粒密度的分布。

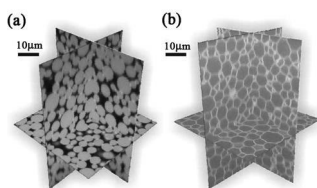


图1 纽约大学Clusel M等观察到的三维堆积结构(a)一般常见的冰淇淋中相互吸引的液滴，其在挤压下紧密接触；(b)压缩的乳化剂形成了类似于清洁剂的泡沫。这里绿色和橘黄色(见《物理》网刊的彩色图)分别代表硅油和水

实验观察到振奋人心的发现：系统中堵塞态物质的堆积结构和液态物质几乎没有区别。这种一致性让人疑惑：堵塞态物质竟然有液态物质的内部结构和固态物质的硬度！你可以自由徜徉于沙滩上，但几乎没人相信人能行走于水上。这又怎么可能呢？问题的答案其实就在前面提到的一个重要性质——

接触颗粒数。液体中的分子可以自由地移动，但堵塞态物质中的颗粒却由于紧密接触而几乎被“锁死”。早期的科学家们将熔化的蜡倒在堆积体上，等冷却后就可以直接观察哪些是接触区域，哪些不是，并由此得出接触分布。但现在有更聪明的方法了，比如通过荧光标记每个颗粒就可以探测到哪些是相互接触的了。

对于光滑球状颗粒的堆积体，根据牛顿定律的作用力平衡原理，可知每个颗粒周围的平均接触颗粒数必须至少是6（对于维数为 $d$ 的系统，更普遍的规律是接触颗粒数至少为 $2d$ ）。密堆颗粒接触数的局域涨落揭示了堆积的秘密。最近的实验结果表明，由不同大小的颗粒组成的堆积体的接触颗粒数分布不同于均一系统中的情况，但是整体上对平均接触颗粒数的限制依然存在。

使用其他技术不仅能够得到接触颗粒数<sup>[4]</sup>，而且还能测量接触力的大小。这些对于应力的研究结果表明，之所以堵塞态堆积体能够保持静止，是因为接触而导致的力链分布恰好保证了每个颗粒上的合力为零，在此情况下，颗粒当然也就不会运动了。

通过测量系统中局域接触颗粒数和应力的分布情况，可以表征堵塞态物质，得到堵塞态物质的物理本质。如果改变看问题的角度，就像热力学中引入温度的概念来诠释热扰动的宏观表现一样，我们似乎可以使用更“普适”的理论，从颗粒组织方式的角度来审视堆积体中的随机现象。20多年前，Samuel F. Edwards曾试图用统计力学的手段分析堵塞态物质。在他的理论中，堆积体的体积对应于热平衡系统中的能量，并由此

引入了一个新物理量“压缩度”对应于温度。但是温度计早就成为日常生活用品，而测量密堆度的仪器却至今没有问世！直观上我们不难发现，堆积体越松散，越容易挤压，也就具有更高的压缩程度。如果给定压缩度，那么堆积体会缩小它的总体积，以达到最紧密的堆积方式。这种理论为解释 RCP 中神奇的体积分数 64% 提供了一种视角，但其前提在于非平衡堵塞态系统可以照搬平衡态统计力学中的物理概念，也许只有时间能够告诉我们到底哪个理论能坚持到最后。

## 参考文献

- [ 1 ] Mehta A, Barker G, Luck J M. *Physics Today*, 2009, (5): 40  
 [ 2 ] Bernal J D, Mason J. *Nature*, 1960, 188: 910  
 [ 3 ] Clusel M *et al.* *Nature* 2009, 460: 611  
 [ 4 ] Krim J, Behringer B. *Physics Today*, 2010, (9): 66

(中科院物理研究所 张因、厚美瑛编译自 *Physics Today*, 2010, (11): 64)

## 时间对称的量子理论

2010 年 11 月出版的《*Physics Today*》杂志上，刊登了 Aharonov, Popescu 和 Tollaksen 等 3 人撰写的综述性论文<sup>[1]</sup>，概述了 Aharonov 等人自 1964 年以来在与测量有关的量子问题方面完成的一系列工作<sup>2-10</sup>。

在经典力学中，我们如果知道了一个孤立系统在某个初始时刻的状态和它的哈密顿量，就可以由此得出这个体系在此后演化过程中每时每刻的所有信息。演化过程中对体系进行的测量并不会给我们带来任何新东西，因为这些测量的结果，都可以从初始状态出发被预测出来。在量子力学中，情况就完全不同了。这时，即便我们完全知道体系在  $t_0$  时刻的波函数  $|\Psi\rangle$ ，以及所有时刻上的哈密顿量，也不能预测在此后某个时刻  $t_1$  的测量结果。我们只能算出每个可能的结果出现的概率，却无法确切知道在一次具体的测量中究竟会得到哪一个结果。从这个角度上讲， $t_1$  时刻的测量给我们带来了一些新的信息。

当然，以上这些在 1964 年以前就已经是众所周知的事实了。而 Aharonov 等人工作的新颖之处在于，它提供了一个方法，能让  $t_1$  时刻的测量结果不仅能影响该时刻之后的演化，而且能影响  $t_1$  时刻之前的事情。

我们考虑一个由众多粒子组成的大系综。假设在  $t_0$  时刻每个粒子都被制备在一个相同的量子态  $|\Psi\rangle$  上面。在  $t_0$  和  $t_1$  之间的某个时刻  $t$ ，我们对每个粒子进行一次测量，而在最终的时刻  $t_1$ ，我们对每个粒子再进行一次测量。这样，当所有这些步骤进行完之后，我们就可以按照  $t_1$  时刻的测量结果来把这个大系综划分成若干个子系综。每个子系综都由那些在  $t_1$  时刻的测量中给出相同结果的粒子组成。我们称这种子系综为“事前事后共同选择的系综”<sup>1)</sup>。这时候，在每一个不同的事前事后共同选择的子系综中， $t$  时刻的测量结果的分布一般是不同的。同时， $t$  时刻的测量结果在这些子系综中的分布，也和在整个大系综中的分布不同。因而从这个角度讲， $t$  时刻的测量结果不仅依赖于早先的  $t_0$  时刻发生的事情，也依赖于此后的  $t_1$  时刻发生的事情。

读者或许会认为，这类讨论本质上并无新意。的确，在经典世界中，这类“事前事后共同选择的系综”并不新奇。比如当一束粒子被一个势场散射的时候，我们可以把从特定角度出射的粒子，作为一个事前事后共同选择的子系综。如果粒

子的内部状态与它的出射方向相关的话，那么显然，粒子内部状态在这个特定子系综中的分布，将与在所有入射粒子构成的大系综中的分布有所不同。

然而，在这个问题上经典世界和量子世界有本质的不同。在经典世界中，所谓的“事后选择”，只是一种为了操作方便而采取的策略而已。因为从原则上讲，我们可以把粒子精确地制备在同一个状态上，它们在散射结束后，也都会精确地从同一个方向出射。真能做到这一点的话，也就没有必要进行事后选择了。然而，在量子世界中，因为我们在原则上就不可能有办法从体系的初始状态预测未来的测量结果，因而事后选择就绝不仅仅是精确的初态制备的一个替代品了。

1988 年，Aharonov, D. Albert 和 L. Vaidman(AAV)三人发表文章<sup>[3,2]</sup>指出，事前事后共同选择的量子系综有可能给出惊人的结果。为了尽可能地避免  $t$  时刻的量子测量对体系量子态的干扰，AAV 的方案并非基于严格的投影测量，而是基于一种所谓的“弱测量”。这类弱测量对体系的量子态的扰动十分微小，作为代价，对单个粒子进行的弱测量并不精确。然而，如果我们对  $N$  个粒子逐一进行测量，然后把测量结果求和，那么这个结果之和的涨落，就只有  $\sqrt{N}$  的量级，而相对涨落只有  $1/\sqrt{N}$  的量级。

现在我们考虑一个由  $N$  个自旋为  $1/2$  的粒子组成的，事先事后共同选择的系综。我们假设在  $t_0$  时刻，这  $N$  个粒子都被制备在  $z$  方向自旋为  $+1/2$  的状态，在  $t$  时刻，这  $N$  个粒子经历了一次“弱测量”，而在  $t_1$  时刻，这  $N$  个粒子的  $x$  方向的自旋经受了理想的量子投影测量，并且都给出了结果  $+1/2$ <sup>3)</sup>。在这些假

- 1) 在本文中，我们主要研究  $t$  时刻的测量结果在这类子系综中的分布。由于这些子系综的粒子，是由  $t$  时刻之前( $t_0$  时刻)的初态制备和  $t$  时刻之后( $t_1$  时刻)的测量结果共同确定的，故称子系综为“事前事后共同选择的系综”。相应地，我们称只由初态制备确定的整个大系综为“事前选择的系综”——译者注
- 2) 如果读者有兴趣对本文的内容作深入了解，那么很有必要仔细阅读文献[3]。该文献对弱测量的概念进行了详尽而又严格的阐述，而这一概念是本文主要结论的基石——译者注
- 3) 在具体的实验中，可以在  $t_0$  时刻制备更多的粒子，在整个过程结束后，挑出  $N$  个在  $t_1$  时刻给出  $x$  方向自旋为  $+1/2$  的粒子组成这个系综——译者注