

# 沙子里的图案\*

厚美瑛<sup>†</sup>

(中国科学院物理研究所 北京凝聚态物理国家实验室 北京 100080)

**摘要** 文章从物理学家的角度探讨颗粒体系中有序图案的产生和机理,探寻对广泛存在于自然界的非平衡态体系有序结构生成的理解.非平衡态体系的随机扩散与能量耗散的特性是有序结构生成的必备条件,所生成的图形则由这两个因素的权重比值和体系内部的对称性决定.具备以上因素,还需加上最后的一个决定性的关键因素,这就是熵的驱动.熵最大的态决定了体系是有序还是无序的排列.

**关键词** 颗粒物质,有序结构,复杂体系

## Patterns in the sand

HOU Mei-Ying<sup>†</sup>

(Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract** The formation of patterns and its underlining mechanism in granular systems are discussed from a physicist's point of view. These findings may help us understand the patterns formed in other more complex non-equilibrium systems. It is found that the randomization and dissipation properties of non-equilibrium systems are the underlining mechanisms for pattern formation. The symmetry of the system and the ratio of the weight factors of the above two mechanisms determine the pattern shapes. A final and key factor for pattern formation is the 2nd law of maximization of the entropy, which determines if a system is organized orderly or disorderly. Examples in granular systems are given to illustrate the above view points.

**Keywords** granular matter, pattern formation, complex system

热力学第二定律的熵趋于最大似乎在告诉我们世界应走向混沌,然而宇宙间无所不在的美丽景观使得人们惊叹并敬畏上帝,认为只有假借上帝之手,这数千万分之一的微小概率才有可能实现使世界成为我们所看见的井然有序,有天有地,有花有草,有山川有河流.自然界富含有序,人们惊叹于自然界无所不在的有序结构还在于许多这些有序结构是由随机涨落自发产生的.借助于下面威廉·布雷克的诗,本文将从物理学家的角度由极其普通的沙子的特性来展现世界的复杂与美丽.

To see the world in a grain of sand,  
And a heaven in a wild flower;  
Hold infinity in the palm of your hand,  
And eternity in an hour.

——by William Blake

一沙一世界,  
一花一天国;  
君掌盛无边,  
刹那含永劫.

——李叔同译

沙子太为人们所熟知,以至于大多情况下为我们所视而不见.比如,我们知道,除非温度降到零度以下,人无法在水上行走,然而虽然我们可以倒沙如倒水一样,但我们却理所当然地认为,沙子能像固体一样支撑我们的重量.

沙子的许多特性都与我们在教科书里学到的

\* 国家自然科学基金面上项目(批准号:10474124)、重大国际合作项目(批准号:10720101074)资助项目

2007-12-18 收到初稿 2007-12-31 收到修改稿

<sup>†</sup> Email: mayhou@iphy.ac.cn



图1 改变振动参数所观察到的直径为0.25mm铜颗粒与直径为0.12mm玻璃颗粒的不同分层现象<sup>[2]</sup>

固、液、气态物质不同,常使我们质疑我们所信赖的一些物理的基本规律是否正确。例如,液体中每个粒子的尺寸以及与他们运动相关的时间尺度比整个系统观察量要小许多量级,对这样的体系,我们可以用热力学的统计平均技巧,不用对每一个水分子的运动进行计算就能解释水塘里的波动,也不需跟踪每一个气体分子的运动就能决定气体的气压。在颗粒介质中则不然,由于每个颗粒都足够大,重力与摩擦力的作用足以使得温度引起的热涨落运动可以被忽略。这样的体系因此被界定为远离热平衡态,热力学的方法对颗粒体系不能适用。结果是颗粒物质的类固态与类液态特性能展现出与直观非常不符的一些现象。举例来说,当我们摇动一瓶颗粒状物质,不同组分的颗粒会分层而不是像想象中的那样地混合均匀(见图1)<sup>[1,2]</sup>。

自然界富含有序图案,从微观尺度到天文尺度,从生物体到宇宙星云,有序结构似乎是复杂体系的一个最司空见惯的特性。颗粒物质具有复杂体系所具有的相互作用简单,而集体行为现象却非常丰富的特性,因此成为科学家研究更为复杂或更微观的非平衡态体系的借鉴。著名的例子如科学家在研究沙流的“堵塞”现象转变时所观察到的一些力分布曲线的明显变化,就被借鉴并成为理解玻璃态相变或“从平衡液态到非平衡类固态转变”的一种印记<sup>[3]</sup>;另外由沙堆崩塌现象提出的“自组织临界性”被用来解释复杂体系中所普遍存在的具有 $1/f$ 幂率关系的偶发事件现象<sup>[4]</sup>。下面就让我们来看看颗粒体系中的有序图案的产生和对其机理的理解对非平衡态体系有什么值得借鉴之处。

自然界充满颗粒物质。陆地占我们所赖以生存的地球的29%,其中约有 $1/3$ 的面积为沙漠所覆盖。浩瀚的沙漠上随处可见的呈水波形状的有序波纹(见图2),宇宙星云的有序运转与排布(见图3)图案等等,这些自发形成的有序结构是假借上帝的手创造出来的呢,还是有物理规律可循?通过振动装有颗粒的小小容器,物理学家希望从中找出端倪。

容器中的图案:将薄层颗粒置于容器中,容器以

高于重力加速度的运动方式上下振动,视振动加速度的大小不同,研究人员观察到颗粒表面呈现有规则的如图4所示的方形、六角形或条带状的整齐花纹。这有点像魔术,怎么来解释它呢?

用高速摄像机拍摄颗粒的运动情形<sup>[8]</sup>:首先,在容器向上加速运动的半周期中,颗粒与容器底面碰撞,得到向上的速度,然后扩散开来。在容器以大于重力加速度向下加速运动的半个周期中,颗粒则以重力加速度向下运动,此时颗粒会与容器的底盘分离开来,互相碰撞重组,形成新的分布。因此,一个简化的模型是以颗粒与容器底面碰撞的瞬间为起始,此时斑图最为明显。在驱动周期 $T$ 中,颗粒首先得到底板向上的速度并分散开来;在下半个周期,颗粒脱离容器底盘,经颗粒间非弹性碰撞,重新排布。为了验证这个过程,Shinbrot<sup>[9]</sup>设计了一个简单的模型,将颗粒速度在每一个周期中根据如下公式重新分布:

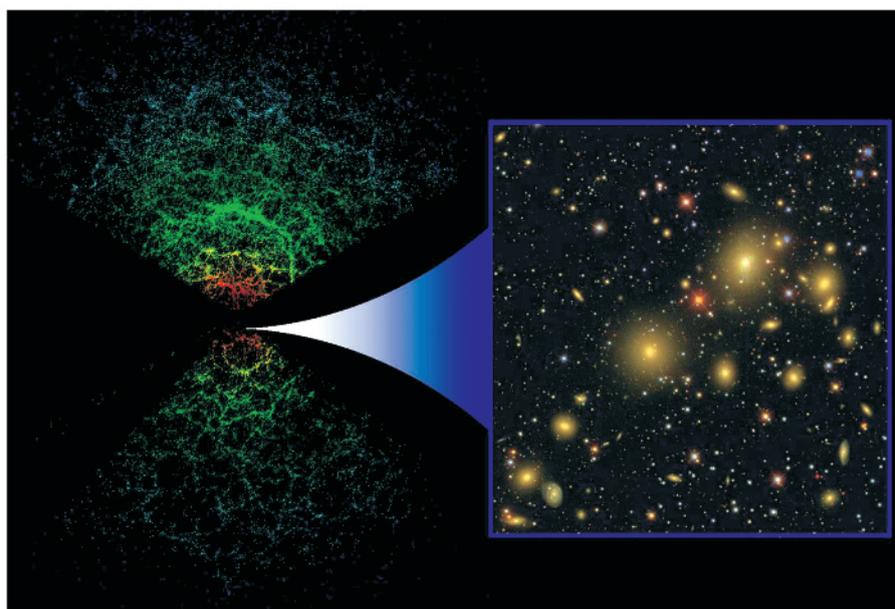
$$U_i \rightarrow fU_i + V\eta_i, \quad (1)$$

上式 $U_i$ 是第 $i$ 个颗粒的速度, $\eta_i$ 是大小固定、方向随机的一个矢量,箭头的指向为速度的演化方向。 $f$ 和 $V$ 为任意选定的常数,分别决定颗粒对此前速度的记忆量和随机化强度。图5为模拟的结果,例如当 $f=0.5$ , $V=2500$ ,周期 $T=1.25 \times 10^{-4}$ 时,模拟得到了方形图案。改变随机周期 $T$ 和幅值 $V$ ,即可模拟出条形、六角形、三角形和其他的一些图案,与实验观察得到的图案(如图4)相吻合。这样一个简化了的模型(忽略了重力、摩擦和真实体系中的一些其他因素),只考虑了随机扩散和能量耗散的作用,就能够得到丰富的自组织图案结构,不能不让人惊叹。这说明随机扩散和耗散是产生斑图的内在机理,与引起扩散和耗散的原因无关,因此它不应只限于解释振动驱动的颗粒体系,还可用于解释物理、化学和生物学中丰富多彩的斑图的自发生成。

对称性的作用:有序图案生成的另一个重要机制是体系内部的对称性,一个简单的实验如图6所示<sup>[10]</sup>,初始时将颗粒排布在两侧直线上,在给定的某一个幅值 $V$ 的随机脉冲式扩散过程中,由于方向



图2 沙丘上的波纹

图3 宇宙星图<sup>[5]</sup>图4 振动引起的沙面的图案<sup>[6,7]</sup>

的随机性,使得两条带状颗粒向外部扩散,如在图6(a)至6(d)中,有一半颗粒将向中心线移动,这些颗粒不可避免地会碰撞在一起,当碰撞发生时,它们便会在中心线处组成新的条带(见图6(b)).如果颗粒的速率再次在此时刻附近随机化,条带又会向外部扩散.当颗粒铺成条带状时,随机化之前条带会保持自身的状态,一旦随机化以后条纹便会变化.噪声脉冲在形成斑图的机制当中,导致高度密集的地

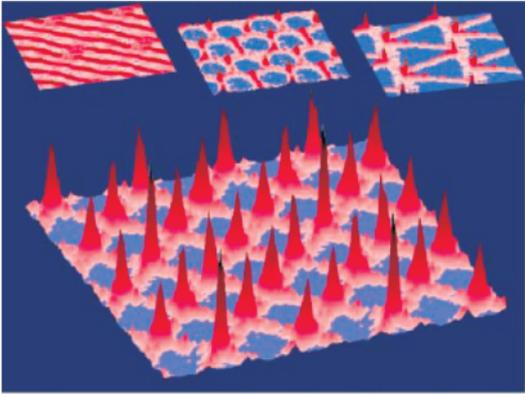


图5 用(1)式以不同参数模拟出来的图案<sup>[9,10]</sup>

方开始向外部扩散.事实上不管是否由于瞬时脉冲还是由于稳定的扩散,或者由于其他一些高度有序的机制所引起的向外扩散过程中产生的斑图,都是极其相似的.

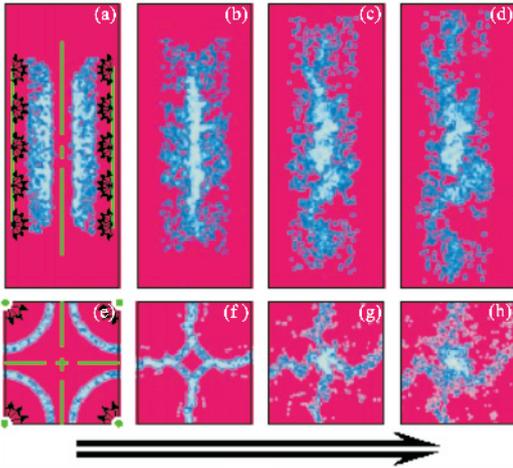


图6 斑图的稳定性<sup>[10]</sup>(箭头为时间的指向)

至于在给定参数的体系中,什么样的图案将占主导地位,可由稳定性来解释.例如在图6中,条带状在图6(b)时刻 $t_b$ 形成,之后,随着噪声的横向涨落(如图6(c)和6(d)所示),条带图形会逐渐消失.因此如果脉冲周期接近于 $t_b$ ,颗粒横向涨落没有足够的时间扩散,条带图形就能维持住.如果脉冲周期远大于 $t_b$ 时,颗粒受横向涨落的影响,条带图形就不能维持.对于初始聚集在四个角落的颗粒(图6(e)),从初始位置以随机涨落扩散开来,在接近 $t_b$ 时刻,到达方形的网格上(图6(f)),在大于 $t_b$ 时刻,颗粒逐渐聚集到中心位置,形成新的团簇(图6(g),图6(h)).因此与上述条带排布不同,时间帮助维持住此格点状图案的形成.

上述的对颗粒体系从一个斑图状态转变为另一

种状态的理解可以很直观,但在其他的体系中,稳定性对图案的影响可能不那么容易理解.不过在斑图问题中,无论是否存在噪声,图案的产生都能在体系内找到反射、镜像或旋转对称.所以条带团簇和直线镜像对称有很大关系(图5(e)中的虚线).方形团簇在条带平移对称性破坏后产生.没有这些对称性,便不会有周期的斑图,而只会由于耗散形成团簇.

熵致有序:自组织形成的斑图可以在噪声(或扩散)外加耗散(或者非线性反应)的对称体系中产生.那么为什么有些情况仍是无序的,而另一些类似的情况下会产生有序分布呢?这个问题答案应当从熵的角度去考虑.热力学第二定律当然是成立的,那么在图4的非平衡状态就需要源源不断地有熵的输入,并且使得体系的总熵是增加的.对这样的体系可以从微正则系综理论基础上去了解熵,即在统计的基础上,自然会趋向于选择使得颗粒重新排列的概率为最大的态.通过以数密度为序参数,考虑所有可能的态,来计算最大熵的态,即可知系统是趋向于分聚态还是趋向于均匀混合态.

以一个简化的一维体系<sup>[10]</sup>为例,如图7所示,用微正则系综体系的统计来计算大小颗粒重新排列的组态数.选择大颗粒直径略大于1.5个格子空间,那么这些颗粒便会占用相邻的格子空间.图7中的叉号(x)用来标志大颗粒所排除的空间.小颗粒只能够有 $R = g! / s!(g-s)!$ 种分布(排除全等颗粒的重排列),这里 $g$ 是小颗粒能够占用的有效空间, $s$ 是小颗粒的数目.大颗粒占用的空间会在大颗粒分开或者离开边界的时候增加.在此情况下,小颗粒重新排列的可能种类则会从 $R = 21$ 降低到 $R = 1$ .这种可能性的变化说明,在随机排列的状态中,大颗粒会靠近在一起,而且大颗粒会靠近边界.

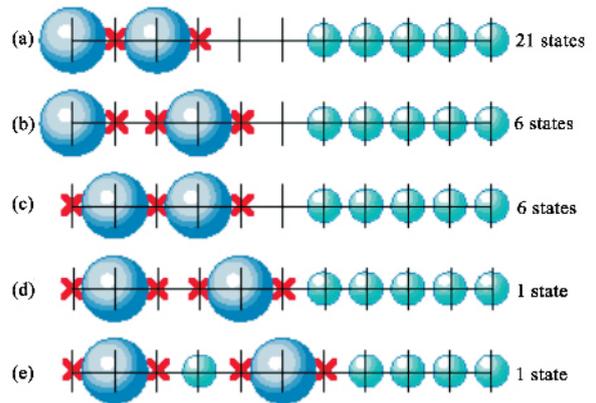


图7 一维模型的组态熵计算<sup>[10]</sup>

计算大小颗粒所有的排列数,会发现 154 个大颗粒“分离”的状态,只有 116 种大小颗粒“混合”的状态.在这些分离的状态中,除了 24 个以外,其他态都有一个颗粒靠近边缘.因此在随机分布的颗粒中,更容易发现大小颗粒处于分聚状态,并且最有可能的是大颗粒聚集在边缘.如果不考虑具体的问题,这个结论应可适用于其他体系.

颗粒的分聚现象在其他复杂体系当中也很常见.在胶体或聚合物中,概率的对比将更加明显,并且分聚的状态会比混合状态出现的概率大很多.这种机制往往依赖于两种颗粒的数密度.通过改变数密度,体系的分聚或混合的状态可以得到调整.在聚合物中,从熵的角度考虑,由分聚概率是否大于混合概率可以决定不同形状和尺寸的颗粒是分聚还是混合.这一结论在技术上非常重要,它意味着斑图的形成、纳米结构和聚合物的混合都可以在工程实践中通过第一性原理来实现.

在微观尺度上,由熵驱动的分聚现象(在胶体和聚合物系统中可以观察到)和宏观尺度上噪声驱动的分聚现象(在颗粒体系当中可以普遍观察到),侥幸地可以通过使用体积排斥模型得以类比.在胶体和聚合物相分聚和颗粒物质的分聚当中,无论从研究方法和结果上,差别都非常小,在两个领域中,都可以用类似熵的分析、标度率和硬球模型模拟的方法来进行研究.

作为验证,Shinbrot 和 Muzzio<sup>[10]</sup>做了一个实验,在混有薄层的两种颗粒的容器中,减少小颗粒的相对数目时,颗粒混合态的熵由小于颗粒分聚状态的熵到高于颗粒分聚的熵,我们会观察到如图 8(a)所示的颗粒完全分聚,转变到小部分的区域(图 8(b)的右下



图 8 改变大小颗粒数密度的比值,体系的状态由分聚到混合<sup>[10]</sup>

方)有被分离开的小颗粒,到最后在小颗粒占质量比例小于 11% 时(图 8(c))混合状态明显地显现出来.类似的结果在硬球模拟中也得到了验证.

由颗粒体系中的有序图案,我们得到的结论是,在非平衡态体系中,随机扩散性与耗散特性是产生团聚的原因,而生成的团聚的花样则由这两个因素的权重比值和体系内部的对称性决定.具备以上因素,还需加上最后的一个决定性的关键因素,就是熵的驱动,熵最大的态为体系的最终态.

集体行为造就了简单相互作用体系的复杂性.虽然自然仍然让我们叹为观止,但是物理学家的贡献也许在于将这些现象理性化.

#### 参考文献

- [1] Kudrolli A. Rep. Prog. Phys., 2004 67 209
- [2] Shi Q F, Yan X Q, Hou M Y et al. Chinese Science Bulletin, 2003 48 : 627
- [3] Jaeger H. Physics World, 2006 18 12
- [4] Bak P, Tang C, Wiesenfeld K. Phys. Rev. Lett., 1987 59 381
- [5] The SDSS 3D Universe Map. (Credit & Copyright : Sloan Digital Sky Survey Team, NASA, NSF, DOE. )
- [6] Umbanhowar P. Nature, 1997 389 541
- [7] Melo F, Umbanhowar P B, Swinney H L. Phys. Rev. Lett., 1995 75 3838
- [8] Metcalf T H, Knight J B, Jaeger H M. Physica A, 1997 236 : 202
- [9] Shinbrot T. Nature, 1997, 389 574
- [10] Shinbrot T, Muzzio F J. Nature, 2001 410 251

#### · 物理新闻和动态 ·

### 对单个原子磁极化的观察

美国加州伯克利分校的 M. Crommie 博士和他在美国海军科学实验室的同行们进行了一项实验研究.他们测定了金属表面上附加的单个原子的自旋性质.首先,他们在铜晶面(111 晶面)上形成多个三角形的钴原子岛.由于钴金属是铁磁体,因此钴原子的自旋会以相同的排列方向形成畴,即有些岛域的钴原子自旋是向上的,而另一些岛域的自旋是向下的.还有一些磁性原子分散在小岛上,被称为吸附原子,它们将与作为基底的钴原子发生磁相互作用,从而使吸附原子的自旋有的向上,有的向下.接着再抛撒一些铁原子(有时也使用铬原子)到钴原子岛上,这些铁原子(原子间的距离至少有 5 nm 远)迅速被磁化.用这种方法可测定分离的单个原子的极化状态.利用隧道扫描显微镜 (STM) 的探针去测试已被磁极化了的吸附原子的量子能级.

作为样品的铁原子的量子能级是利用由原子流向 STM 探针的电流大小来测定的,因为电流的大小是由探针的极化方向以及被探测的吸附原子的自旋方向相同或者相反来决定的.吸附原子的能级状态依赖于它的不同自旋方向,这正好反映了单个铁原子与钴原子岛上钴原子间的磁耦合状态. M. Crommie 博士认为,他们目前的研究还只是一些前期的工作,如现在还不能将单个原子的极化信息进行存储,而只是在探索单个原子的自旋是如何被周围环境所影响.

(云中客 摘自 physical Review Letters, 10 August 2007)