

# 颗粒物质从稀疏流到密集流转变的普适规律\*

厚美瑛<sup>†</sup> 陈唯 张彤 陆坤权

(中国科学院物理研究所 北京 100080)

陈志强

(中央研究院物理研究所 台北)

**摘要** 二维颗粒流实验研究发现,当初始稀疏颗粒流量固定,出口的尺寸减小到一临界值,或固定出口的尺寸,颗粒流量增大到一临界值时,都会发生流量的突然减小,从稀疏流转变为密集流.得到了临界流量与出口尺寸、颗粒尺寸及通道宽度之间的普适标度关系,揭示了“瓶颈效应”的物理本质.

**关键词** 颗粒流 相变 动力学性质

## Global property of the dilute-to-dense transition of granular flows in a 2D channel

HOU Mei-Ying<sup>†</sup> CHEN Wei ZHANG Tong LU Kun-Quan

(*Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

C. K. Chan

(*Institute of Physics, Academia Sinica, Taipei, China*)

**Abstract** Dilute-to-dense transition of granular flow is observed in a two-dimensional channel with confined exit. It is found that for a fixed width of the channel and exit there is a maximum outflow rate. This is reached when the inflow reaches a critical rate  $Q_c$  as the outflow changes from dilute to dense, and the flow rate drops abruptly. We find that a rescaled critical flow rate is a function of a scaling variable  $\lambda$  only. The form of  $\lambda$  suggests that the dilute-to-dense transition is a global property of the flow.

**Key words** granular flow, phase transition, dynamic properties

颗粒物质不同于一般固体、液体和气体.其流动行为与普通流体不同,显示出奇异的特性,对这种特性尚未很好认识<sup>[1,2]</sup>.由于在日常生活和工业技术上颗粒流寻常可见,与物品的输送、公路上车辆流动等均密切相关,工程技术界早就十分关心这一问题.近年来,这类离散态颗粒物质的运动规律的研究引起物理学家的关注.de Gennes认为,颗粒物质是新类型的凝聚态物质,目前对其认识程度只相当于20世纪30年代对固体物理的认识水平<sup>[3]</sup>.

日常经验告诉我们,当人群通过一个入口时,若他们有次序地行进,可畅通流动,流量与行进速度和密度有关.而当人群很拥挤时,则流量大大减少.在公路上行使的车辆,若相互保持一定距离,则交通流

量很大.如果通过一个狭窄的口子,则车辆密度增大,速度降低,流量立刻减小.交通流已成为一个研究热点<sup>[4,5]</sup>.浮冰在江河流动也与此类似,在较窄的河道处,浮冰密集,导致河道阻塞及河水泛滥灾害.这些司空见惯的现象和所谓“瓶颈效应”与颗粒流动状态(是稀疏流还是密集流)密切相关.

在一个通道中,颗粒流动有三种状态,即稀疏流(或称自由流)、密集流和堵塞.稀疏流是指颗粒堆积密度较低,颗粒之间几乎没有相互作用的流动,流量可以很大.密集流是颗粒间有相互作用的流动,流

\* 国家自然科学基金(批准号:A0402-10274098)资助项目

2004-02-11收到初稿,2004-03-11修回

† 通讯联系人. E-mail: mayhou@aphy.iphy.ac.cn

量降低. 堵塞则是颗粒在出口处成拱, 使颗粒流动停止的状态. 关于颗粒物质的密集流, 例如从料斗卸料和沙漏计时问题, 已有不少研究工作, 然而其机制还未深入认识<sup>[6-8]</sup>. 密集流到堵塞的研究也已有报道. 密集流到堵塞转变的一个特性是只与出口和颗粒尺度的相对比例有关. 对于二维体系, 当出口尺寸减小到约为颗粒直径的4倍时, 则流动可能停止, 发生堵塞的几率急剧增加<sup>[9]</sup>. 而关于颗粒物质从稀疏流到密集流转变, 则尚未很好研究. 我们用二维颗粒流的实验研究了颗粒从稀疏流到密集流转变. 当固定初始稀疏颗粒流量, 逐渐减小出口尺寸, 减小到一临界值时, 或固定出口的尺寸, 颗粒流量增大到一临界值时, 都会发生流量的突然减小, 从稀疏流转变为密集流. 找到了发生转变时的流量与出口尺寸、颗粒尺寸及通道宽度之间的普适标度关系<sup>[10]</sup>.

实验装置如图1所示. 颗粒流在倾斜放置的两块平板玻璃之间进行. 使用的金属颗粒直径分别为  $d_0 = 1 (\pm 0.01) \text{ mm}$  和  $2 (\pm 0.01) \text{ mm}$  两种. 两块平板玻璃之间间隔为 1.2 或 2.2mm, 以保证颗粒为单层二维流动. 上部是宽度为 200mm 的漏斗, 底部有一控制颗粒流动的开关. 下接宽度为  $D = 40, 30, 25, 20$  和  $15 \text{ mm}$ , 长度为 500mm 的流动槽. 倾斜角度为  $20^\circ$ . 装置的下部安装尺寸可调节的出口狭缝, 调节精度为 0.02mm. 从狭缝开口流出的颗粒质量用重量传感器测量, 灵敏度为 0.02g. 用计算机采集数据, 采集时间间隔为 0.1s. 通过测量达到稳定流后 10s 以上的重量数据, 计算流量值.

实验分两个过程进行. 过程 I 颗粒的流动从打开漏斗底部的开关开始, 当出口狭缝完全打开时, 出

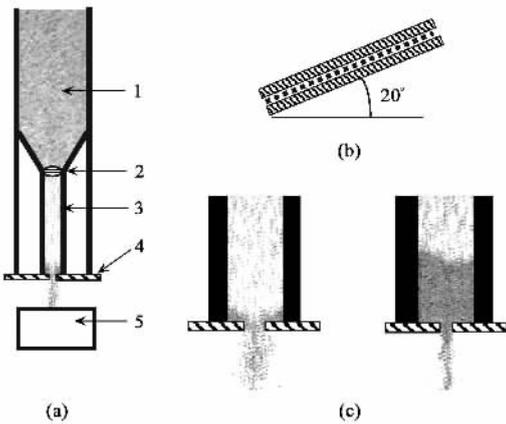


图1 颗粒流实验装置示意图 (a)装置正面图(1为料斗的单层颗粒, 2为漏斗底部的控制开关, 3为颗粒流动槽, 4为可调出口狭缝, 5为重量传感器); (b)装置侧面图; (c)出口狭缝处稀疏流(左)和密集流(右)状态

口处颗粒为稀疏流状态, 由传感器测量得到的流量为  $Q_0$ . 逐渐减小出口狭缝尺寸  $d$ , 分别测量不同开口尺寸时的颗粒流量  $Q$ , 可以得到流量与出口狭缝尺寸的关系. 过程 II: 将漏斗底部的开关打开, 在出口狭缝处安装一片薄挡板, 使颗粒在出口处的初始状态为密集态, 拔出薄挡板, 将出口狭缝尺寸从 0 开始逐渐增大, 分别测量不同出口尺寸时的流量, 这样就可以得到密集流流量与出口尺寸变化关系.

图2表示测量得到的流量  $Q$  与出口狭缝尺寸  $d$  的关系. 对于过程 I, 我们先看图上 ABCDE 线段. 当初始流量为  $Q_0$  时, 逐渐减小  $d$ , 在  $d$  大于临界尺寸  $d_c$  时, 流量保持不变(由 A 到 B), 即流量不受开口尺寸影响. 当达到  $d_c$  时, 流量突然减小(由 B 到 C). 在我们的条件下, 流量减小了约 3 倍. 进一步减小开口尺寸时, 流量随尺寸减小单调下降(由 C 到 D). 在开口尺寸小到约为 4mm, 即约 4 倍颗粒直径时, 颗粒流量突然变成 0 (由 D 到 E), 这时出口完全被堵塞, 流量降为 0. 而在过程 II 中, 当开口尺寸由小到大变化时, 始终为密集流, 流量  $Q_d$  随开口增大单调上升, 由 D 到 C 直至 A 处, 流量达到  $Q_0$ , 不发生任何流量突变.

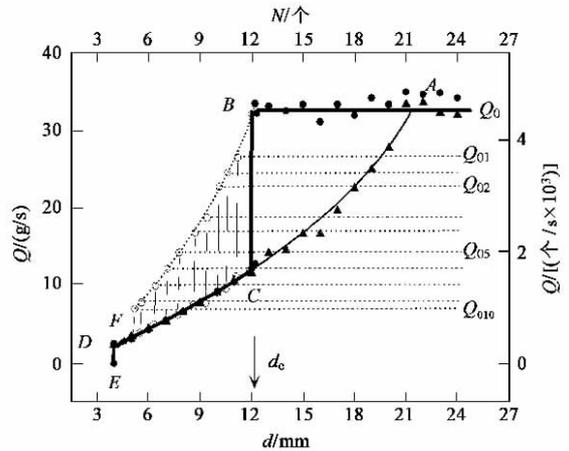


图2 颗粒流量随出口狭缝尺寸的变化关系[横坐标  $d$  为出口狭缝尺寸,  $N$  为出口狭缝尺寸对应的颗粒数; 纵坐标为流量, 左方纵坐标单位为  $\text{g/s}$ , 右方纵坐标单位为  $\text{个/s}$ .  $Q_0, Q_{01}, \dots, Q_{010}$  表示不同初始流量. 实心点符号为过程 I 测量点; 三角符号为过程 II 测量点; 点线及空心点符号为不同初始流量的过程 I 测量点]

减小初始流量, 分别采用  $Q_{01}, Q_{02}, Q_{03}, Q_{04}, Q_{05}, Q_{06}, Q_{07}, Q_{08}, Q_{09}, Q_{010}$ , 重复上述过程 I 进行测量. 发现稀疏流向密集流转变的临界尺寸  $d_c$  随初始流量减少而减小. 图2中 BF 曲线表示不同初始流量时临界尺寸  $d_c$  的变化, 表明稀疏流向密集流转变

时的临界开口尺寸  $d_c$  对应不同临界流量  $Q_c$ .

以上实验在同样槽宽与颗粒尺寸条件下进行,若改变槽宽与颗粒尺寸的比例,是否会有同样的临界流量  $Q_c$  呢?我们测量了不同槽宽  $D$  和不同颗粒尺寸  $d_0$  时流量随开口尺寸变化关系,结果示于图 3. 临界流量  $Q_c$ 、临界尺寸  $d_c$  和密集流流量  $Q_d$  的曲线均示于图中. 由图 3 可以看出,槽宽与颗粒尺寸比例变化时,临界流量  $Q_c$  明显不同.

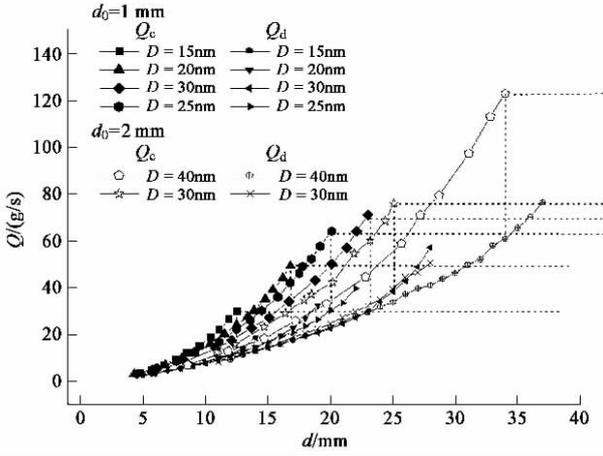


图 3  $Q_c$  和  $Q_d$  随  $d$  的变化关系 [ 图中的曲线分别对应颗粒尺寸  $d_0 = 1\text{mm}$  槽宽度  $D = 30, 25, 20$  和  $15\text{mm}$ , 以及颗粒尺寸  $d_0 = 2\text{mm}$  槽宽度  $D = 40$  和  $30\text{mm}$  ]

现在我们来分析影响稀疏流向密集流转变的因素和如何标度这一转变.

从实验观察到,颗粒在流出流槽时,在槽出口附近上有三个区域:自由流区和其左右两边的堆积区(崩塌密流区). 中间的自由流区,宽度为  $d$ ; 在开口左右两边的堆积区颗粒靠壁形成堆积斜边,此斜边基底宽度为  $(D-d)/2$ . 设稀疏流到达槽底颗粒斜堆的瞬间速度和密度分别为  $v_0$  和  $\rho_0$ , 对于一个颗粒斜堆,相应流入通量应为  $v_0\rho_0 \frac{D-d}{2}$ . 实际出口的流量

是自由流区的颗粒流与斜堆表面的颗粒流动贡献的总和. 若表面流化层<sup>1)</sup>的厚度为  $\delta$ , 表面层流动特征速度为  $v_c$ , 则出口流量为  $v_c\rho_c\delta$ , 其中  $\rho_c$  为密集流时的密度. 用高速摄像获得的图像分析表明,实验中密集流的密度  $\rho_c = 0.65 \pm 0.03$ . 由流量守恒可得  $\delta = \frac{v_0\rho_0}{v_c\rho_c} \frac{D-d}{2}$ . 因此,表面流化层的厚度  $\delta$  随流入通量,亦即随  $v_0\rho_0$  增加而变大. 当  $\delta$  达到足够大,使两边颗粒堆的表面流在开口的中心处交汇时,就发生稀疏流向密集流转变. 这时  $\delta\beta = d/2$ , 其中  $\beta$  是与颗粒堆积角有关的几何因子. 因此,  $v_0\rho_0$  达到一临界值

$(v_0\rho_0)_c$  是发生稀疏流向密集流转变的条件. 因而有  $f_c \equiv (v_0\rho_0)_c = v_c\rho_c\beta^{-1} \frac{d}{D-d}$  或  $\frac{f_c}{f^*} = \frac{v_c}{v^*} \frac{d}{D-d}$  其中  $f^* \equiv v^*\rho_c\beta^{-1}$ ,  $v^*$  可看成是一个与系统物理特性(如颗粒实验装置的倾斜度、颗粒流经的长度、颗粒流的摩擦系数等)有关的本征速度. 假定  $\frac{v_c}{v^*}$  是  $D$  和  $d$  的函数,对于  $D \gg d$  的情况,认为  $\frac{v_c}{v^*}$  仅依赖于  $\frac{d}{d_0}$  是

合理的. 在物理意义上,  $\frac{v_c}{v^*} \sim \frac{d}{d_0}$  意味着颗粒在流化层厚度  $\delta$  中速度随着  $d$  增加. 这样一来,我们就得到  $\frac{f_c}{f^*} \sim \lambda \equiv \frac{d}{d_0} \frac{d}{D-d}$ .  $\lambda$  是可用于标度稀疏流向密集流转变的无量纲物理量.

用变量  $\lambda (\equiv \frac{d}{d_0} \frac{d}{D-d})$  和  $q_c [ = Q_c / (D/d_0) ]$  重新标度图 3 所示的稀疏流向密集流转变的结果,则可得不同  $D$  和  $d_0$  条件的测量值均近似在一条曲线上.

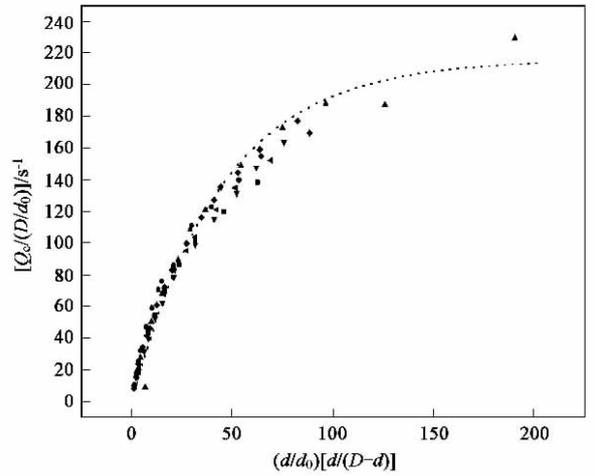


图 4 重新标度后的  $q_c [ = Q_c / (D/d_0) ]$  随  $\lambda (\equiv \frac{d}{d_0} \frac{d}{D-d})$  的变化关系(虚线是  $q_c$  用  $q_m(1 - e^{-\lambda/\lambda_0})$  形式拟和的曲线,其中  $q_m = 216$ ,  $\lambda_0 = 45$ )

从图 4 可以看出,  $q_c$  随  $\lambda$  单调增加. 显然,对于固定的  $D$ , 在实验中对于足够大的  $d/d_0$ ,  $Q_c$  必然达到饱和. 这是因为  $Q$  由  $v_0\rho_0 D$  决定,而槽中的颗粒流仍要保持稀疏流的话,就必然使得  $\rho_0$  有一个上限. 如果  $q_m$  是槽中稀疏流的最大流量的话,用函数  $q_m(1 - e^{-\lambda/\lambda_0})$  对图 4 中  $q_c$  进行拟合,得到较好的结果

1) 颗粒堆积的坡度超过一定角度时,处于表面的一层颗粒开始流动,此层流动颗粒被称为表面流化层.

(图4中虚线)表明在 $\lambda$ 较小时给出了 $q_c$ 的正确形式.当 $\lambda$ 增加时 $Q_c$ 的发散程度也随之增加,这使得在实验上确定 $q_c$ 的极限值是很困难的. $\lambda/\lambda_0$ 决定着系统的临界流量.直观上, $\lambda_0$ 由系统的物理特性决定,比如颗粒的弹性系数等.上面讨论的模型仅仅适用于 $d/D$ 较小的情形.详细讨论见文献<sup>[10]</sup>.

以上的唯象模型是基于我们实验的观测,转变过程中流量的突变可以理解为由于颗粒与出口附近的颗粒堆发生非弹性碰撞引起.在某种程度上,我们的系统和 Rericha 等人<sup>[12]</sup>的实验装置有些相似,但是在我们的系统中,由于是在出口两侧形成了两个颗粒堆,所以系统中的颗粒实际上经过的是两个向内倾斜的“软楔”.这种系统在工业颗粒传输中经常碰到.由于流量是流密度与颗粒速度乘积的函数,所以在出口附近颗粒密集区域前后流的密度、颗粒温度(指流动颗粒的运动混乱程度,由系统单个颗粒运动偏离颗粒流平均速度部分所代表的动能取平均值表征)以及颗粒速度的突变可以解释稀疏流向密集流转变中流量突变的现象.

利用力模型的二维分子动力学模拟方法<sup>[13]</sup>,我们对这一转变过程进行了计算机模拟.模拟结果亦表明,稀疏流和密集流是两种不同的态,在流密度达到 $0.65 \pm 0.03$ 时,多体碰撞起主要作用,稀疏流到密集流的转变可发生.

综上所述,我们的实验发现,颗粒稀疏流到密集

流转变可用变量 $\lambda$ 进行标度.这种流动变化规律对离散态物质运动具有普适性.对这一规律的认识,不仅理解了日常观察到的“稀流畅通”和“拥挤阻塞”现象,而且指明了如何通过改变流动状态提高“瓶颈”处流量的途径.此普适标度性的发现可以为工业中的颗粒运输装置的设计提供一个更好的思路,同时为类似的流动系统(如交通流等)提供进一步的理解.

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Kadanoff L P. Rev. Mod. Phys. ,1999 ,71 :435
- [ 2 ] Jaeger H M ,Nagel S R ,Behringer R P. Rev. Mod. Phys. , 1996 ,68 :1259
- [ 3 ] de Gennes P G. Rev. Mod. Phys. ,1999 ,71 :S374
- [ 4 ] Low D J. Nature ,2000 ,407 :465
- [ 5 ] Helbing D ,Farkas I ,Vicsek T. Nature ,2000 ,407 :487
- [ 6 ] Duran J. Sands , Powders , and Grains. New York : Springer , 2000
- [ 7 ] Ristow G H. Pattern Formation in Granular Materials. New York : Springer , 2000
- [ 8 ] Nedderman R M. Statics and Kinematics of Granular Materials. Cambridge : Cambridge Univ. Press , 1992
- [ 9 ] To K ,Lai P-Y ,Pak H K. Phys. Rev. Lett. ,2001 86 :71
- [ 10 ] Hou M ,Chen W ,Zhang T *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2003 , 91 :204301
- [ 11 ] Beverloo W A *et al.* J. Chem. Eng. Sci. ,1961 ,15 :260
- [ 12 ] Rericha E C ,Bizon C ,Shattuck M D *et al.* Phys. Rev. Lett. , 2002 88 :014302
- [ 13 ] Lee J. Phys. Rev. E. ,1994 ,49 :281

## 光 学 元 件 库 — 欧 普 特 科 技

北京欧普特公司参照国际通常规格及技术指标,备有完整系列的精密光学零部件(备有产品样本供参考)供国内各大院校、科研机构、实验室随时选用,我公司同时可为您的应用提供技术咨询。

光学透镜:平凸,双凸,平凹,双凹,消色差胶合透镜等。直径1~150mm;焦距1~1000mm;材料包括光学玻璃,紫外石英玻璃,有色光学玻璃,红外材料。

光学棱镜:1~50mm各种规格直角棱镜,及其它常用棱镜。

光学反射镜:各种尺寸规格的镀铝,镀银,镀金,及介质反射镜。直径5~200mm。

光学窗口:各种尺寸规格,材料的光学平面窗口,平晶。直径5~200mm。

各种有色玻璃滤光片:规格5~200mm(紫外,可见,红外)。

紫外石英光纤:进口紫外石英光纤,SMA接口光纤探头,紫外石英聚焦探头。

单位:北京欧普特科技有限公司

地址:北京市海淀区知春路49号

希格玛大厦B座#306室

电话:010-88096218 / 88096217

传真:010-88096216

邮编:100080

网址:www.goldway.com.cn

电子邮件:optics@goldway.com.cn

sms@goldway.com.cn

联系人:梁曼珊女士

石冀阳小姐