

## 波洛克滴画的流体力学分析

### 译者点评

波洛克以在帆布上随意泼溅颜料、洒出流线的技艺著称,他在1947年发明滴画画法,直接将画布挂在粗糙的墙上,或放在地板上,用短棒、修平刀、小刀、以及滴滴的颜料或搅和着沙子的厚重涂料、碎玻璃和其他与绘画无关的东西作画.在作画过程中,他不刻意画什么,只在画完后,根据需要剪裁,绷到画框上去.

这种创作有别于杂乱无章的涂鸦之作,融入了自然的效果,蕴藏着某种特殊的吸引力,数学家和物理学家曾从分形的角度研究过这些作品,认为它们的神秘美感缘于它们与自然界中的许多事物一样,符合分形法则.人类的指纹、贝壳上的纹路、曲折迂回的海岸线、错落交织的树枝等,乍看之下令人眼花缭乱,但都存在着内在规律,任取其中一角,无论比例大小,它的构造俨然是整体的缩小复制.这种局部是整体结构的无限重复的现象,被称作“分形”.波洛克的独特画法和在杂乱中显现均衡美与流动和谐的画作,开启了美术史上一个新的开端,引发了历史学家、社会学家、物理和数学家的极大关注.

(中国科学院物理研究所 厚美瑛)

2011年6月出版的 *Physics Today* 杂志上刊登了波士顿学院物理系副教授 A. Herczyński 和艺术史教授 C. Cernuschi,与哈佛大学的应用数学、生物学和物理学教授 L. Mahadevan 共同撰写的跨学科论文,首次从流体力学的角度分析了20世纪美国最具影响力的抽象表现主义先驱杰克逊·波洛克(Jackson Pollock)的滴画(drip painting)艺术和他的滴流画法.

波洛克的作画方式(见图1)——用棒或刀铲蘸取液态油性颜料,让颜料在重力作用下流到铺在地板的画布上——不自觉地放弃了一部分创作权力,让自然现象参与到作画过程中,使得流体力学成为他画作的共同创作者.此文从力学的角度检验了波洛克的创作技巧,包括颜料的蘸取与释放,以及由画刷(铲)滴滴下颜料的流体不稳定性所扮演的基本角色等.



图1 工作中的波洛克

波洛克滴画中的液滴可能有两种产生的机制,一是在画棒上颜料将尽时,流量变小使得原本连续的液流变成了液滴滴在画布上;另一种可能是当液流失去流体力学稳定性时,也会变成一连串的液珠,这个过程与液流的几何尺寸和流体的性质有关.但是在波洛克的抽象作品中,从其画布上斑点的圆形形状来判断,

大部分可识别的液滴应该是从静止或者几乎静止的画棒上滴下来的.在流量足够小时,颜料以液滴的方式流下.如果画棒的半径为  $r_0$ ,滴下的颜料质量为  $\delta m$ ,根据瑞利公式  $\delta m \sim \gamma r_0/g$ ,其中  $\gamma$  是油性颜料的表面张力,  $g$  是重力加速度,可以推断,对于他的作品来说,画布上斑点的半径应该变化不大.事实上,人们也发现在他的典型作品中,液滴的大小最多只有一个量级的变化范围,这就很好地解释了为什么他所有

作品中都鲜有较大圆斑(比如直径2.5cm以上)出现.

滴画虽然成为波洛克作品的代名词,但是在他的创作中很少是以滴溅效果为主的,大都以弯曲波动的连续细线构造的网络结构为主线.从严格意义上来讲,他的画作应该被称为流线画.下面我们来看看在流线画中流体力学起的作用

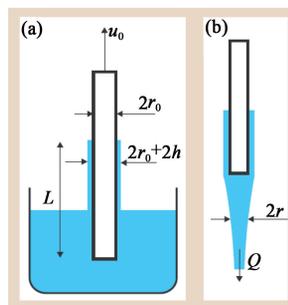


图2 颜料蘸取过程的流体力学分析示意图

(见图2):假设颜料的密度为  $\rho$ ,粘性系数为  $\mu$ ,其运动粘性为  $\nu = \mu/\rho$ ,从容器中提起画棒的速度为  $u_0$ ,附着在半径为  $r_0$  的画棒上的液体的厚度为  $h$ ,合理地假设  $h \ll r_0$ ,则

$$h \sim \sqrt{\nu u_0/g} \quad (1)$$

被蘸取的颜料的体积  $V$  可以估计为

$$V \sim r_0 L h \sim r_0 L \sqrt{\nu u_0/g} \quad (2)$$

其中  $L$  是画棒浸入液态颜料的长度.为了保证在一定时间内能够维持画棒上颜料的厚度,可以保持画棒水平放置,并以角速度  $\Omega \sim u_0/r_0$  转动,如同蘸取蜂蜜的办法.可以简单地认为,单位时间内从画棒上流下的颜料的流量为  $Q \sim h r_0 u_0 \sim r_0 h^3 g/\nu$ ,或者根据(1)式改写为

$$Q \sim r_0 u_0^{3/2} \sqrt{\nu/g} \quad (3)$$

显然,在蘸取过程中,画棒的移动速度  $u_0$  越大,棒上黏附的颜料越厚,液流的流量也越大.这个逻辑简单地假设画棒上颜料膜的厚度是均匀的,同时流量是稳定的,这种效果可以

本栏目是经美国物理联合会(AIP)授权,与 *Physics Today* 合作的项目

通过增加  $L$  和转动画棒来实现。(3)式表明,增加颜料的粘性会增加流量,因为蘸取的液体的量随着  $\nu$  的增加而增加,(见(2)式)。通过摸索,波洛克应该早已无意识地运用了这样的关系。他通过用水或其他溶剂稀释颜料来改变颜料的粘性,并测试其被蘸取及形成液流的可操控性。一旦液流形成,他可以通过在画布上方几厘米到一米多的空间范围内,横向或者上下移动画棒来自由地控制液流。

利用流体力学原理进行艺术创作,流体的不稳定性会在作品中制造一些有趣且微妙的效果。波洛克的一些纸上作品中存在着精细的振荡线条,振荡的波长很短,约为几毫米。这些轨迹当然是由于粘性颜料细流的流体力学不稳定性导致的,这种不稳定性在其作品《无题 1948-49》中的一些红色线条中表现得尤为显著(见图3)。值得一提的是,他对于这种能自动产生精细而明显波动的尝试和探索远早于物理学家关于流体力学不稳定性现象的研究<sup>[1]</sup>。

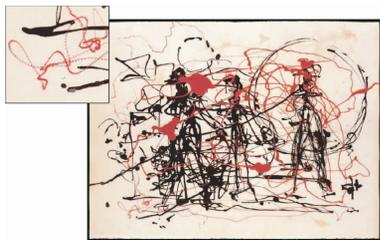


图3 波洛克《无题 1948-49》

最近的论文对于粘性细流在自由下落过程中,由于失去流体力学稳定性而产生螺旋或者折叠效应进行研究<sup>[2,3]</sup>,给出了螺旋不稳定性产生的三个区域:粘性区域(重力和惯性力可以忽略)、重力区域(粘性力与重力平衡)和惯性区域(粘性力与惯性力平衡)。波洛克的《无题 1948-49》中的波动线条的形成应该对应于该理论中的惯性区域。其创作过程中螺旋效应的角频率满足如下的标度律:

$$\omega \sim \nu^{-1/3} r^{-10/3} Q^{1/3}, \quad (4)$$

其中  $r$  是液流末端(与画布接触的那一端)的半径。(4)式成立的两个前提条件是:第一,画棒的高度(液流的顶端)相对于液流的半径来说要足够大,否则螺旋的半径  $R$  正比于液流的高度  $H$ <sup>[3]</sup>,无法画出精细的螺旋曲线;第二,液流末端处的重力相对于惯性力来说一定要小,即  $g \ll \omega^2 R$ ,这样,  $Q^2 \gg gRr^2$ 。波洛克画中红色珐琅颜料痕迹的最大振荡半径小于  $0.3\text{cm}$ ,这样  $H \gg R \gg r$ ,满足第一个条件。假设其画作使用的典型的颜料流量  $Q = 1\text{cm}^3/\text{s}$ ,那么画作上的线条螺旋半径  $R \sim 0.3\text{cm}$ ,半宽度  $r \sim 0.05\text{cm}$ ,可以看到第二个条件也容易被满足。

由于无法事后测量波洛克创作时产生螺旋效应的角频率,为了便于研究(4)式对红色线条表现出来的螺旋效应的含义,可以消除式中的  $\omega$  来讨论线条的半宽度  $r$  和螺旋半径  $R$  的标度规律。假设颜料的体积在流动过程中是守恒的,因此  $Q \sim u_0 r_0 = ur^2$ ,其中  $u_0$  和  $u$  分别是液流顶端和末端的流速, $r_0$  和  $r$  为对应的液流半径。根据(4)式及  $Q \sim ur^2 \sim \omega Rr^2$  可以得到

$$r \sim \frac{1}{H} \left( \frac{\nu Q}{g} \right)^{1/2}, \quad R \sim \nu \left( \frac{Q}{H^4 g^2} \right)^{1/3}. \quad (5)$$

此关系式可以用来估计波洛克在画这幅画的过程中所使用

的颜料流量的大小。通过对该作品的放大图的分析,螺旋半径大概有4倍范围的变化,从  $0.5\text{mm}$  到  $2\text{mm}$ 。在假设固定高度  $H$  的前提下,根据(5)式中的第二个关系式可知,流量  $Q$  有将近两个量级的变化,大约在  $0.1\text{--}10\text{cm}^3/\text{s}$  范围内。相应地,根据(5)式中的第一个关系式,振荡线条的宽度应该有一个量级以上的变化,实际从画上观测到的范围大约为  $0.1\text{--}1\text{mm}$ 。另外,如果典型地取  $r = 0.5\text{mm}$ ,可以估计  $Q/H \approx 2.5 \times 10^{-3}\text{cm}^3/\text{s}$ ,这样,如果波洛克保持其画棒在画的上方  $30\text{cm}$  高度的位置,液流的流量大约为  $2\text{cm}^3/\text{s}$ 。对画中振荡线条的近距离观察发现,有时振荡变得不易分辨并最终混在一起,看起来像一条粗线。(5)式对此也提供了一个解释。注意到对于给定的颜料(因此给定了  $\nu$ )和固定的液流高度  $H$ ,线条的宽度  $2r$  随  $Q$  增长比螺旋的幅度  $R$  更快,大约有  $r/R$  正比于  $Q^{1/6}$ ,如果流量在某时刻增加为3倍(例如由于画刀上颜料的积累),则  $r/R$  会提高20%,这样就使得轨迹中的振荡即使存在也很难被观察到(任何情况下,颜料流量的突然增加都会干扰螺旋不稳定性)。

我们再把注意力集中到波洛克画作中波动线条的形状上。当螺旋(颜料液流尾端的圆周运动)和横向运动(波洛克手臂横向移动的速度)相叠加,得到的轨迹依赖于无量纲化的 Strouhal 数  $St = U/\omega R$ ,其中  $\omega$  是(4)式给出的螺旋的角速度,  $U$  是颜料的横向速度。当  $St = 0$  时,螺旋轨迹成为一个圆。但是当  $St$  增加时,轨迹就变成一系列重叠的圆弧,重叠逐渐减小并在  $St = 1$  时消失,此时轨迹变成有间隔的尖端。当  $St$  超过1时,轨迹成为一个准正旋的振荡线条,并且由于横向速度的增加,它会变得更直。如果这些稳定的粘性颜料滴落到移动物体的表面,而不是波洛克的静止的画布上,将会产生更为丰富的自治不稳定性效应,包括圆弧在波动线条的两侧交替出现或者其他的双频轨迹。圆弧、尖端和正弦曲线这三种可能在静止表面上产生的轨迹都可以在《无题 1948-49》中清晰地看到(见图3左上角的放大图)。事实上,我们从轨迹形式的变化甚至可能解释波洛克手臂横向速度的变化。

不论艺术家采用什么方式,他们的作品最终仍然与自然之间存在着一定的距离。但是只要他们在一定程度上放弃了对画作的掌控,让自然参与进来,这些作品就已经为定量分析开启了一扇门。流体力学的思考不仅澄清了重力参与下的不同作画模式及各自的极限与潜力,也将艺术家的作画动作与媒质的动力学很好地耦合起来。利用物理学和艺术史学的手段,我们也许可以尝试勾勒出物理认为可能、同时又可在艺术上实现的最佳交集之作。

参考文献

[1] Barnes G, Woodcock R. Am. J. Phys., 1958, 26: 205  
 [2] Skorobogatiy M, Mahadevan L. Europhys. Lett., 2000, 52: 532  
 [3] Ribe N M. Proc. R. Soc. London A, 2004, 460: 3223

(中国科学院物理研究所 刘锐、厚美瑛编译自 Andrzej Herczyński, Claude Cernuschi, L. Mahadevan. Physics Today, 2011, 6: 31, 原文详见 <http://ptonline.aip.org>)